

# ブラックホールシャドウと 相対論的天体の見え方

*Black-Hole Shadow  
and  
Observational Appearance of  
Relativistic Movers*

福江純(大阪教育大学)



Today is Setsubun Festival !



and also My Birthday !!



Give a Present for Me !!!





# Historical Brief Review on a Black-Hole Silhouette/Shadow

- ❁ Optically thick standard disk
  - Luminet 1979
  - Fukue & Yokoyama 1988
  - Karas et al. 1992
  - Jaroszynski et al. 1992
  - Fanton et al. 1997
  - Takahashi 2004, 2005
- ❁ Optically thin ADAF-like flow
  - Falcke et al. 2000
  - Broderick & Loeb 2005
- ❁ Optically thick slim-like flow
  - Fukue 2003
  - Watarai et al. 2005

2009/2/3

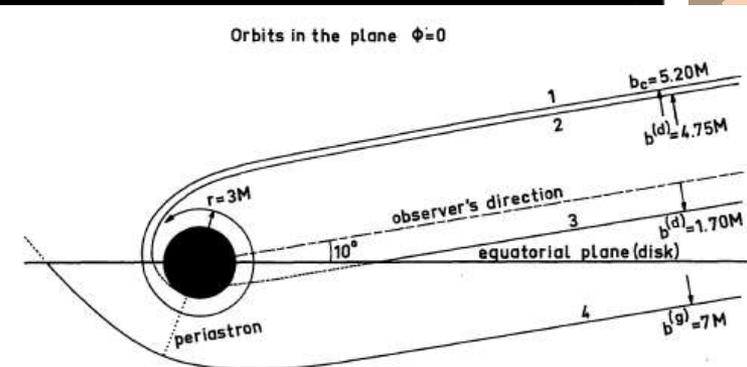
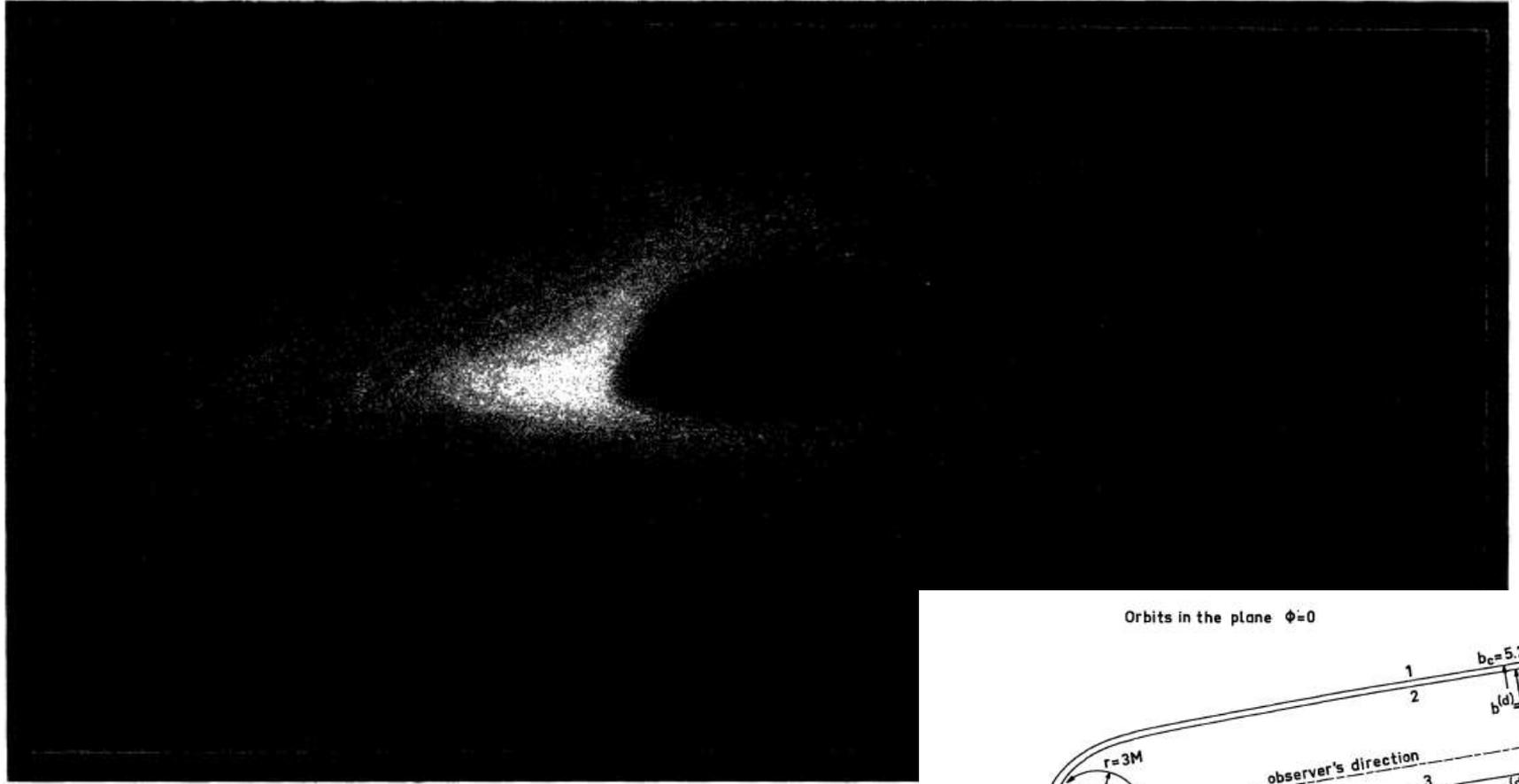
火曜雑誌会@節分

5



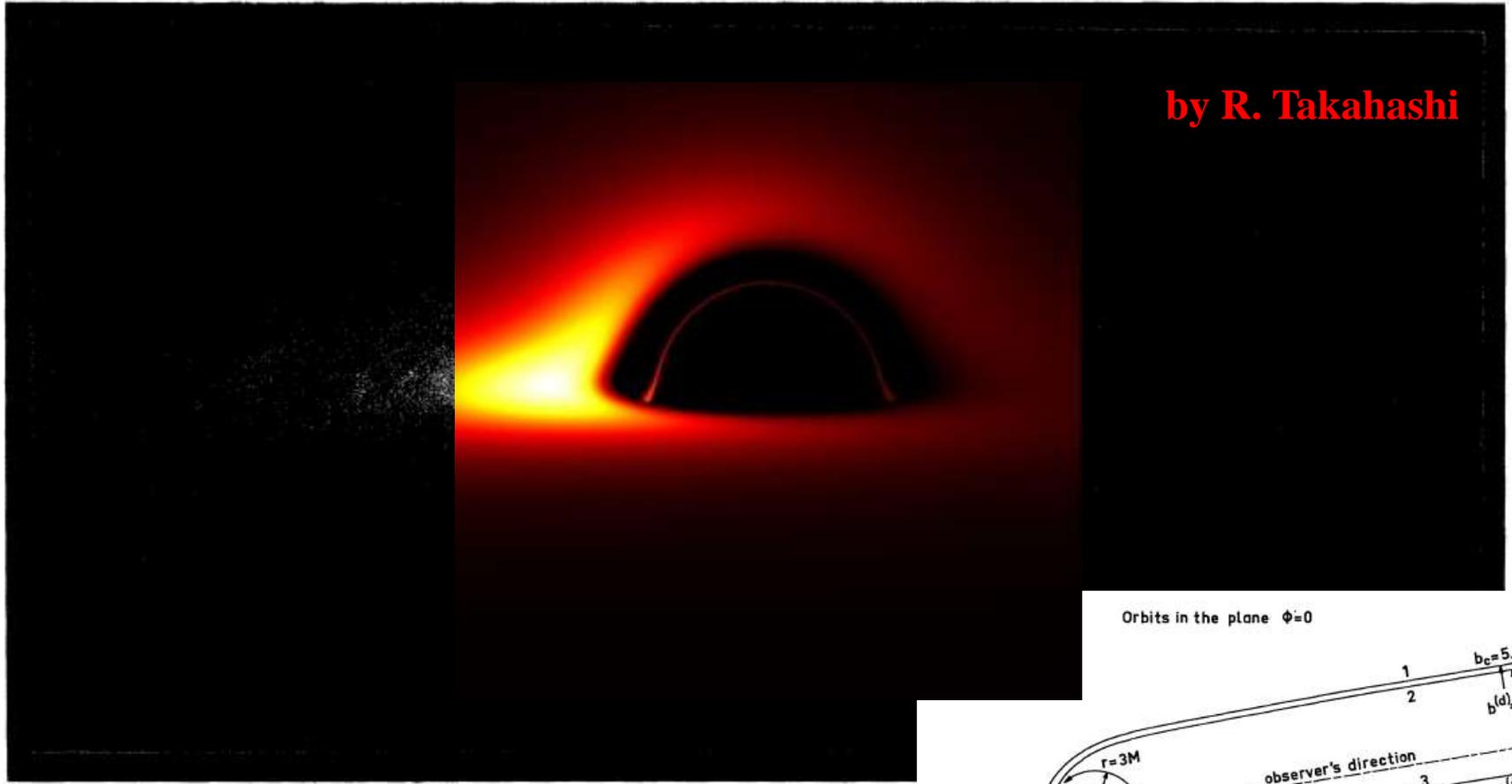


# Schwarzschild/ photograph Luminet 1979

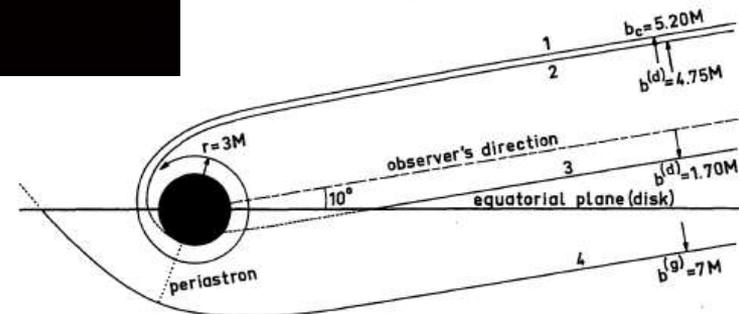




# Schwarzschild/ photograph Luminet 1979

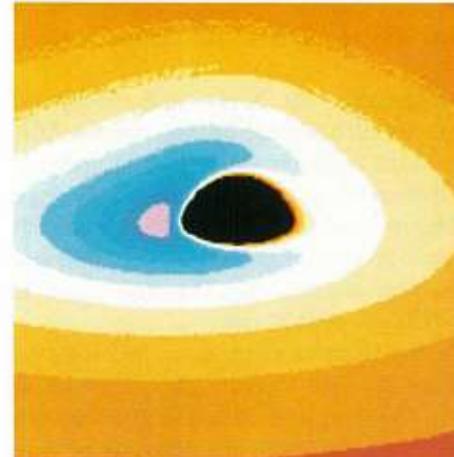
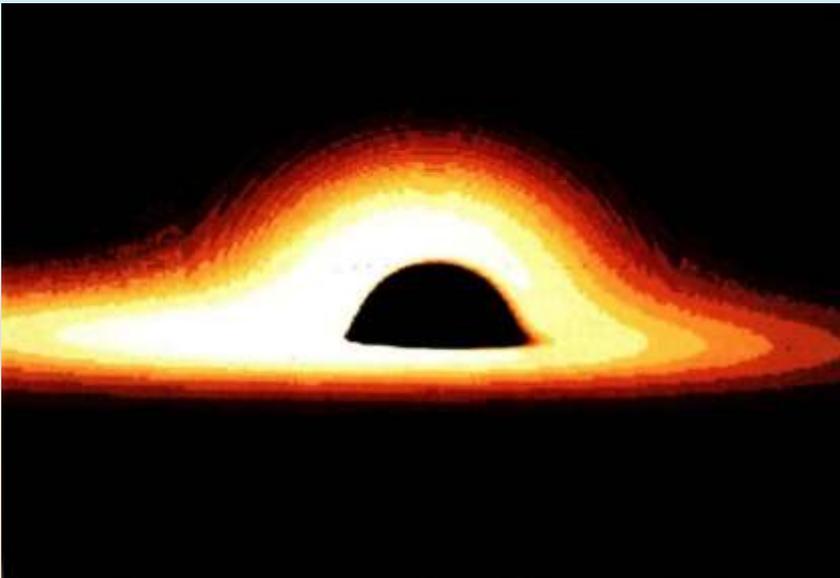


Orbits in the plane  $\phi=0$

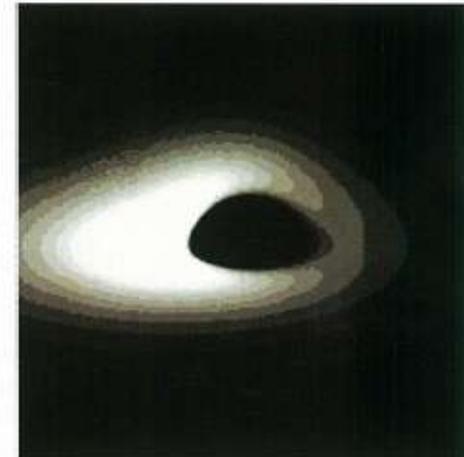


# Schwarzschild/ color photo, X-ray

## Fukue and Yokoyama 1988

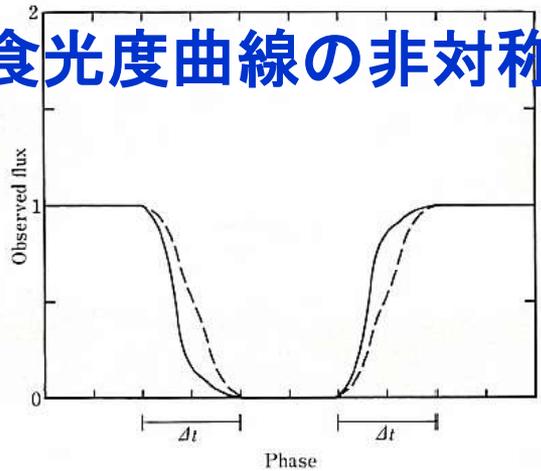


温度分布



全波長強度

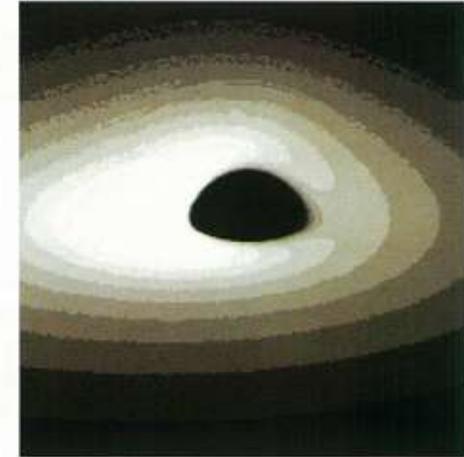
### 食光度曲線の非対称性



火曜雑記



X線 (2-30keV)



可視強度



# Kerr/ light curve of spots

Karas et al. 1992

Asaoka 1989

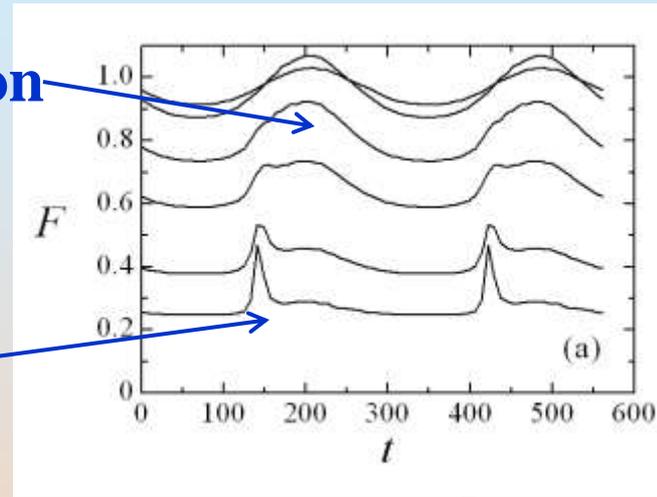
Karas+ 1992

.....

Fukue 2003

doppler variation

lensing peak



100 spots

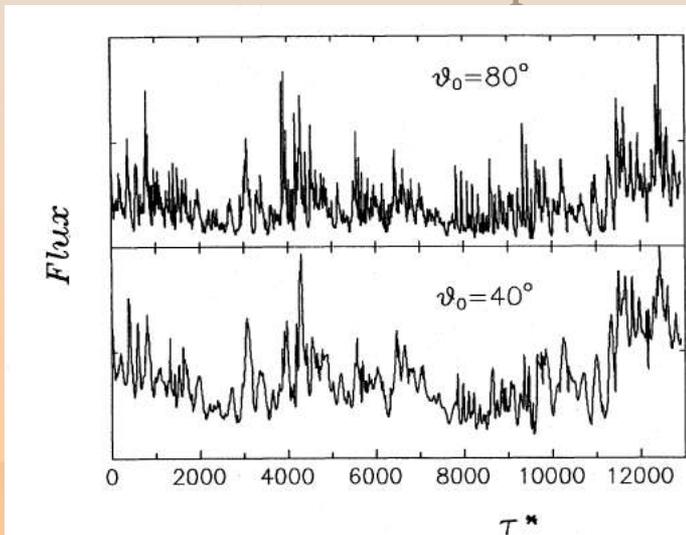
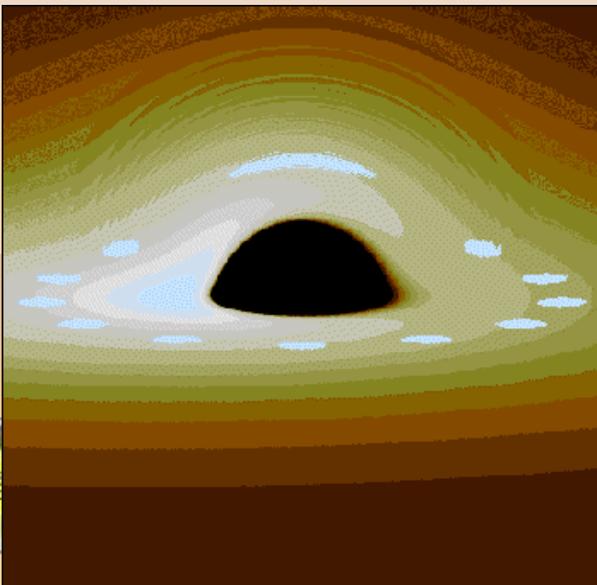


Figure 11. The light curve, as in Fig. 10, but for 100 randomly generated spots.



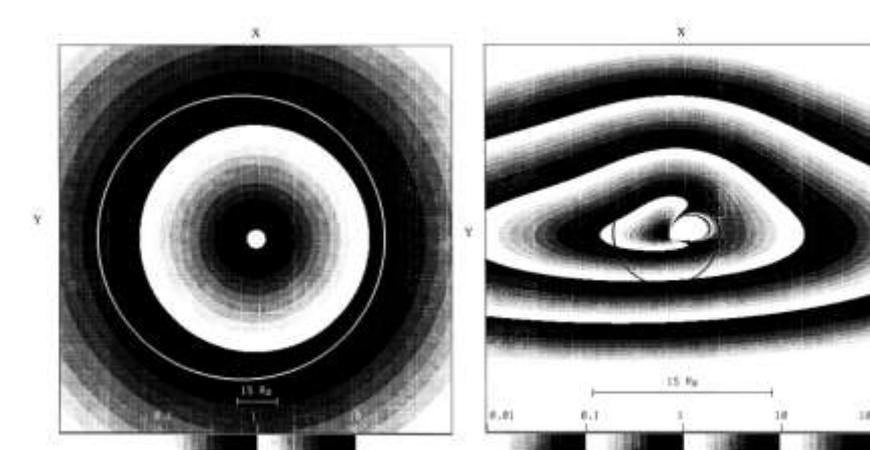
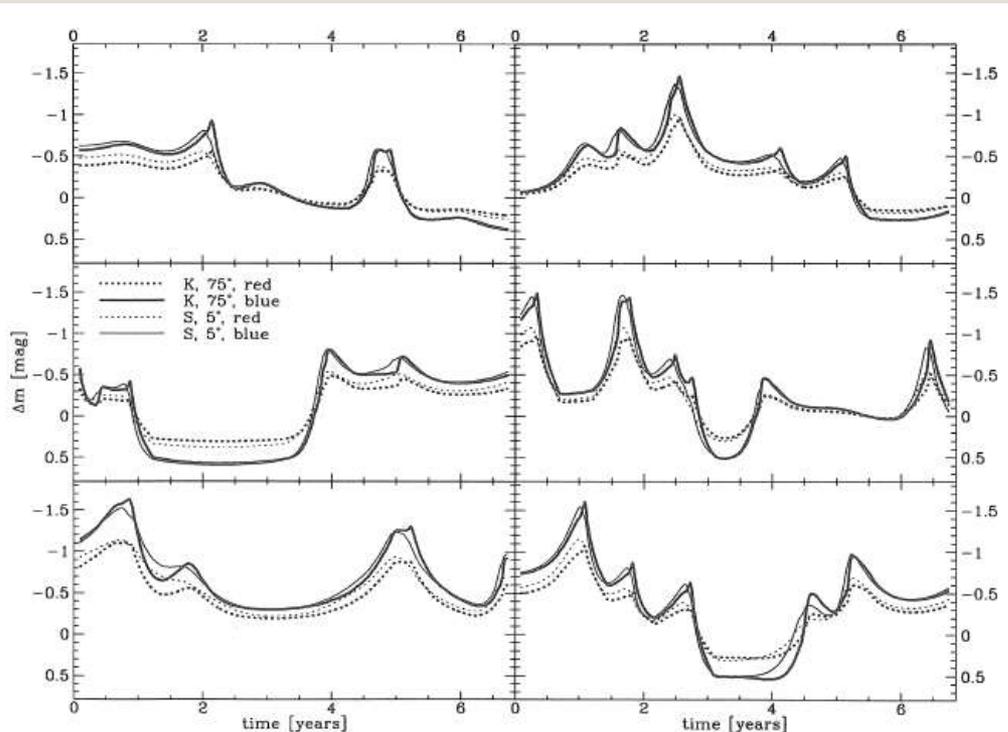
# Kerr/ microlensed light curve



## Jaroszynski et al. 1992

Jaroszynski, Wambsganss, Paczynski 1992

Yonehara+ 1998



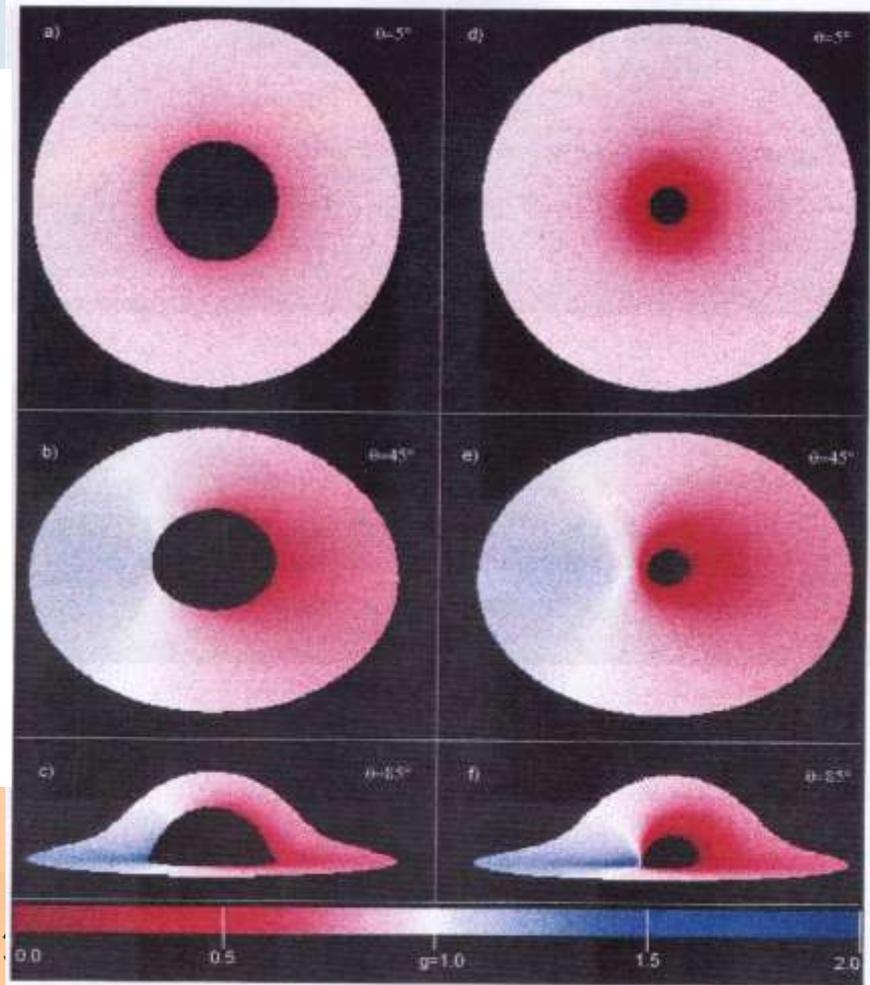
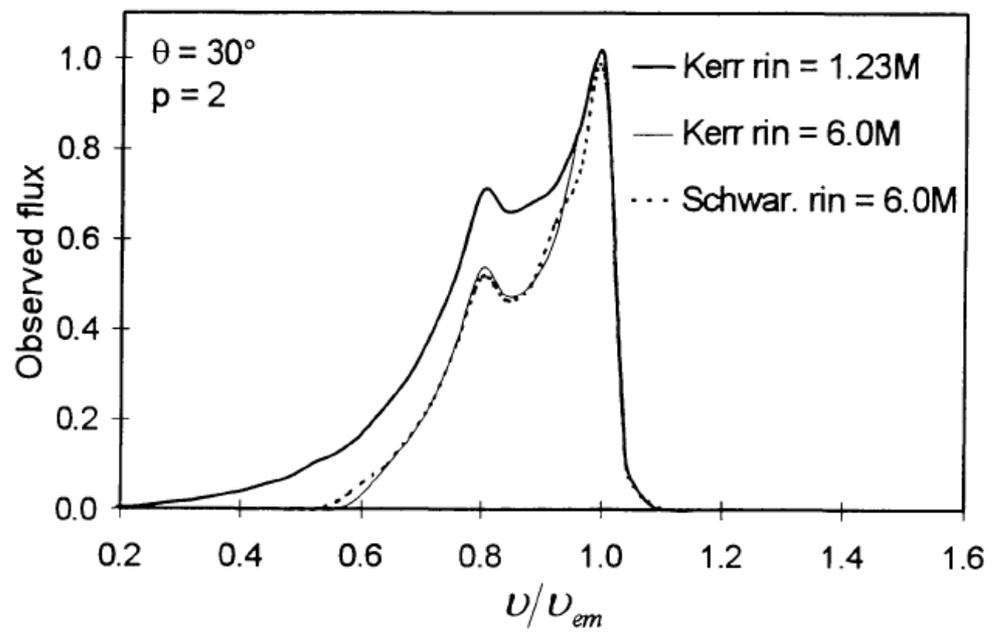


# Kerr/ line

## Fanton et al. 1997

Schwarzschild

Kerr

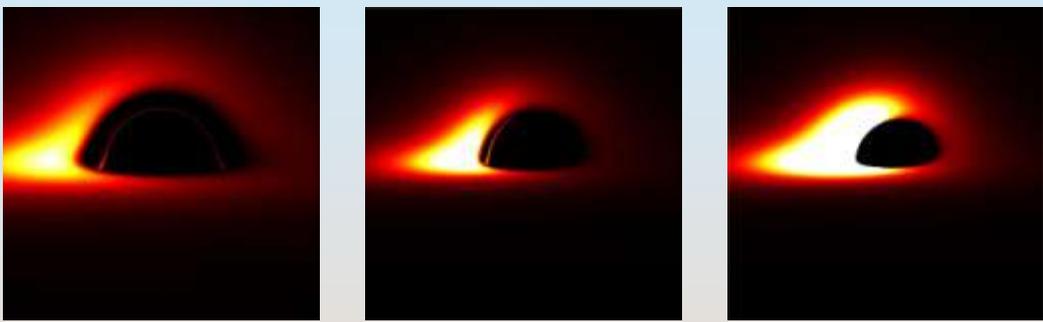




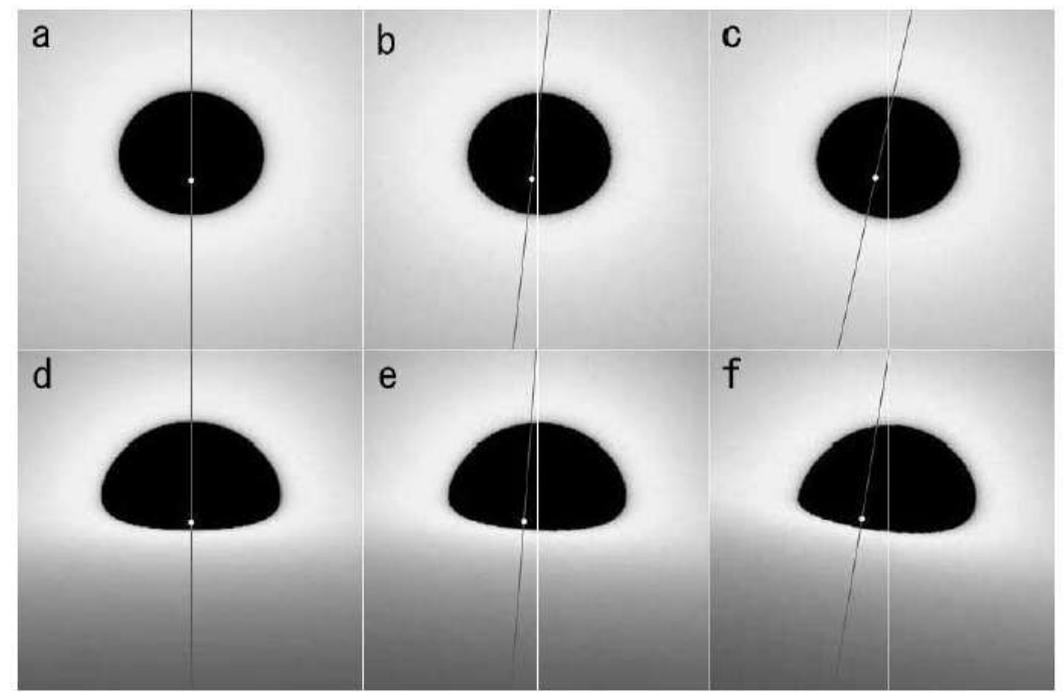
# Kerr/ shadow shapes

## Takahashi 2004

$a=0$   
 $a=0.8$   
 $a=0.998$



(a)  $a=0, i=45^\circ$   
 (b)  $a=0.5, i=45^\circ$   
 (c)  $a=0.958, i=45^\circ$   
  
 (d)  $a=0, i=80^\circ$   
 (e)  $a=0.5, i=80^\circ$   
 (a)  $a=0.955, i=80^\circ$





# Kerr/ shadow shapes

## Takahashi 2004



$a=0$

$a=0.8$

$a=0.998$

(a)  $a=0, i=45^\circ$

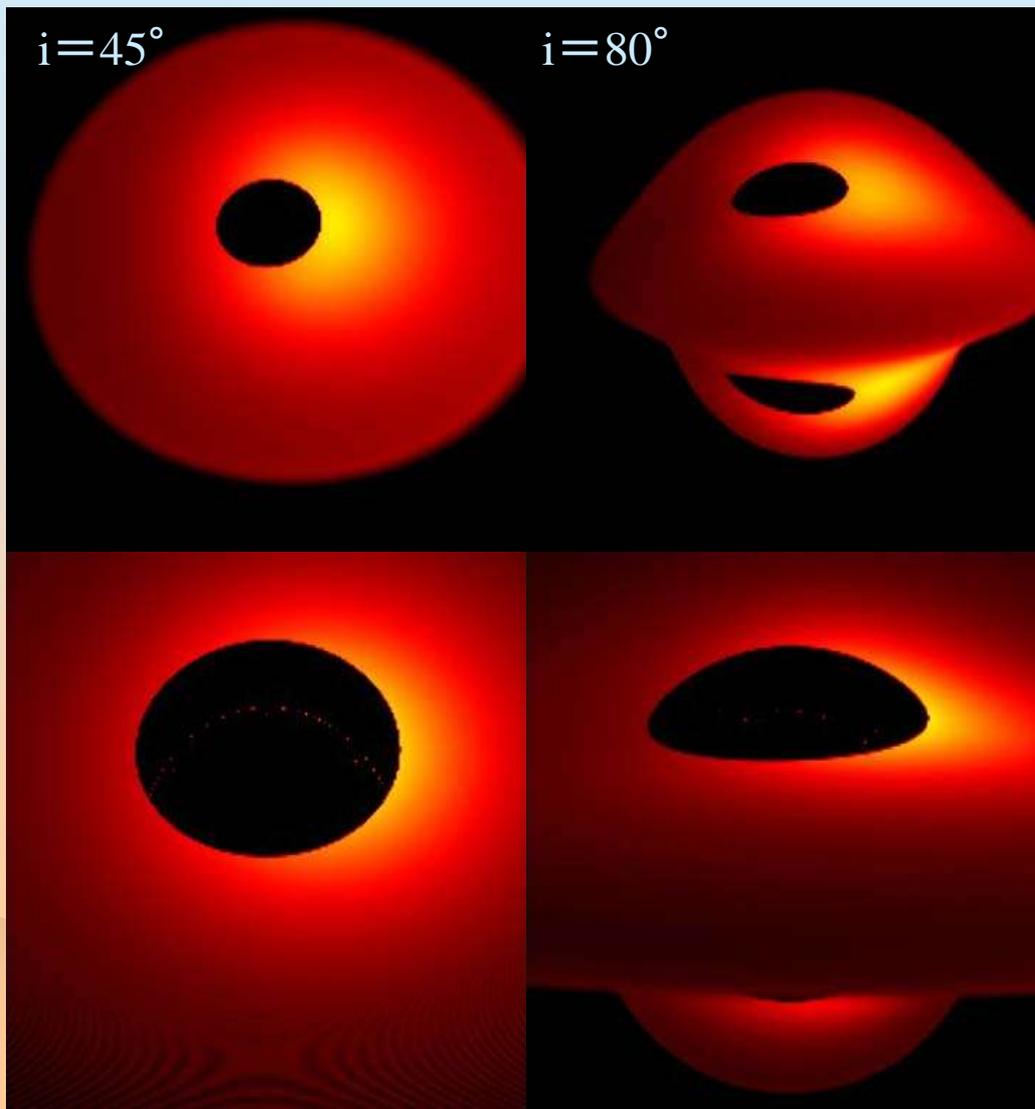
(b)  $a=0.5, i=45^\circ$

(c)  $a=0.958, i=45^\circ$

(d)  $a=0, i=80^\circ$

(e)  $a=0.5, i=80^\circ$

(a)  $a=0.955, i=80^\circ$

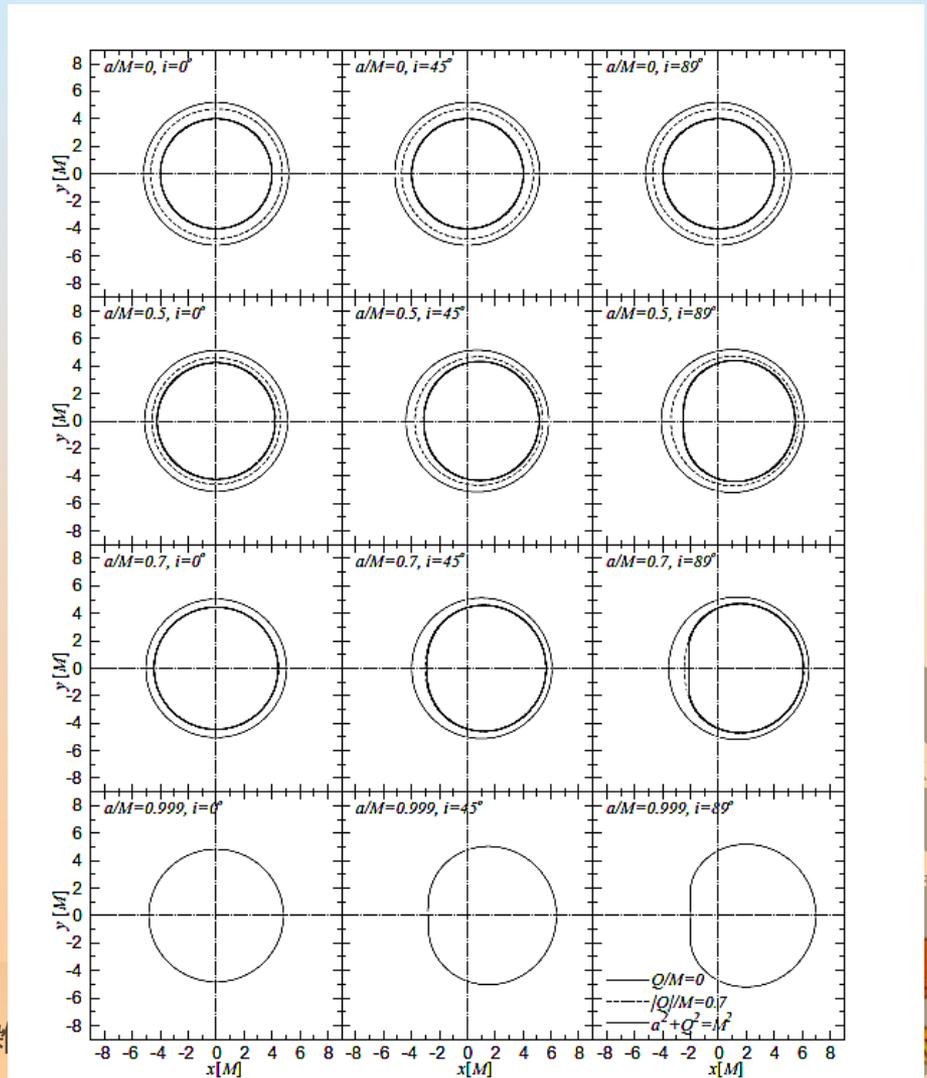




# Kerr-Newman Takahashi 2005

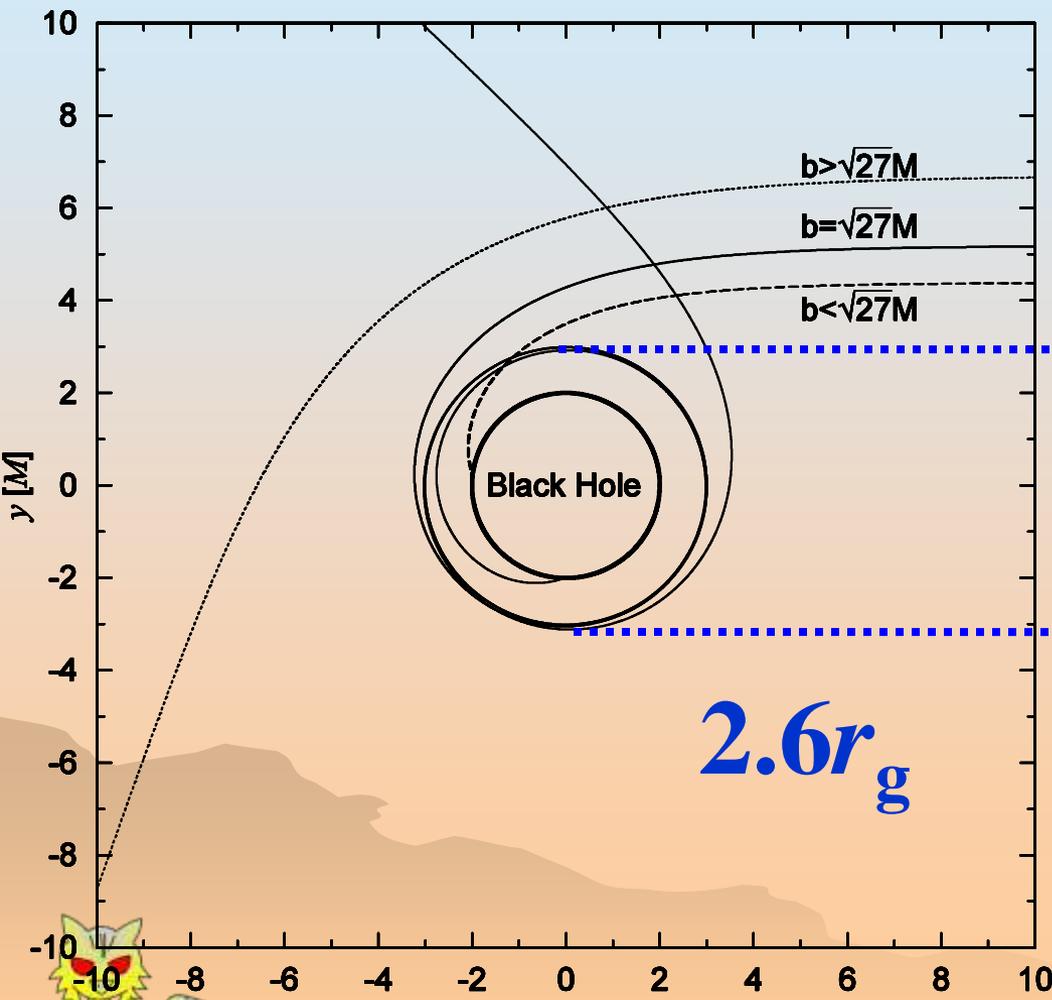
$a=0, i=0^\circ, 45^\circ, 89^\circ$   
 $a=0.5, i=0^\circ, 45^\circ, 89^\circ$   
 $a=0.7, i=0^\circ, 45^\circ, 89^\circ$   
 $a=0.9999, i=0^\circ, 45^\circ, 89^\circ$

細い実線:  $a^2+Q^2=0$   
 細い破線:  $a^2+Q^2=0.7$   
 太い実線:  $a^2+Q^2=1$

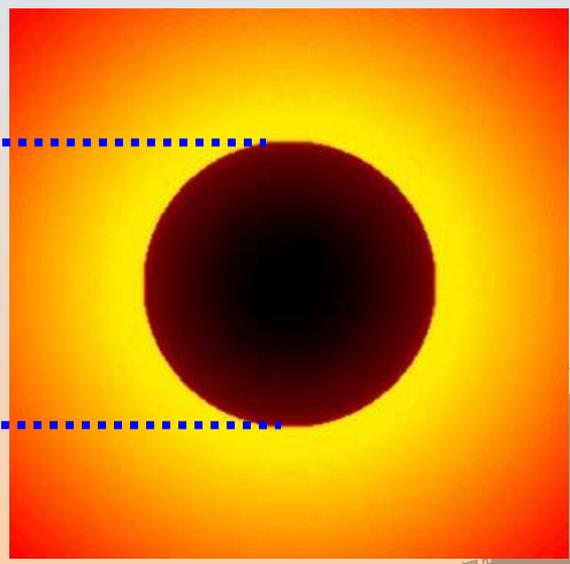


# 光学的に薄い降着流中のBHシャドウ

by R. Takahashi



光学的に薄い降着流中の  
BHシャドウ



光の軌道に沿って輻射輸送  
(源泉関数を積分)





# ADAF-like flow

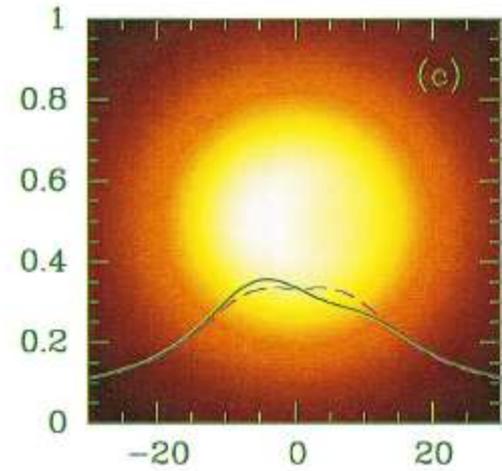
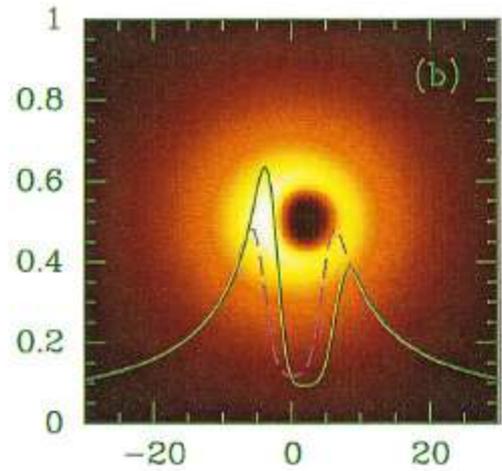
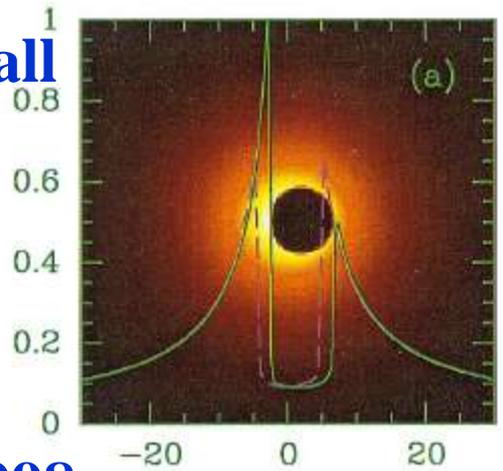
## Falcke et al. 2000

ray-trace

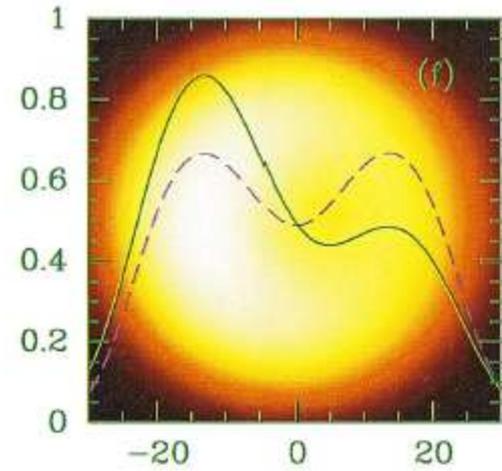
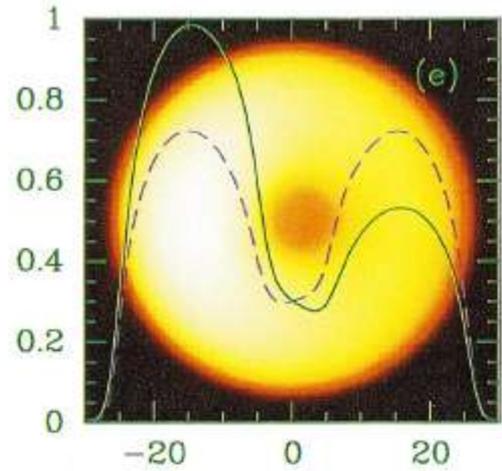
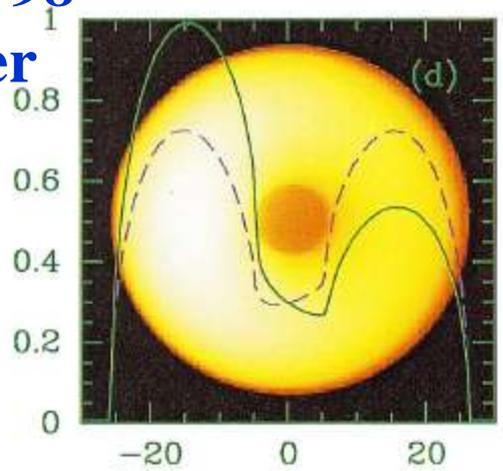
0.6mm

1.3mm

$a=0$   
freefall



$a=0.998$   
kepler shell



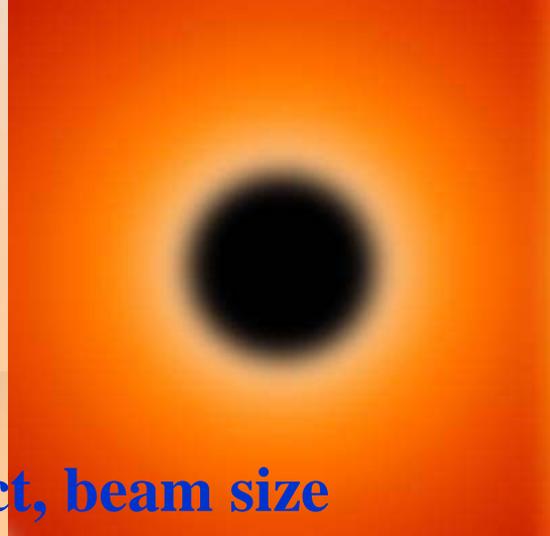
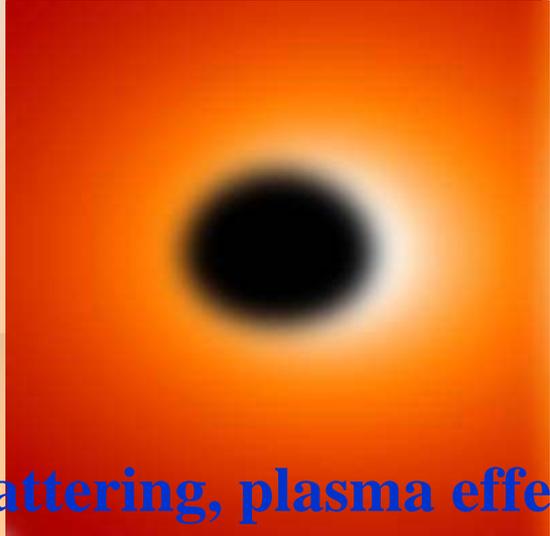
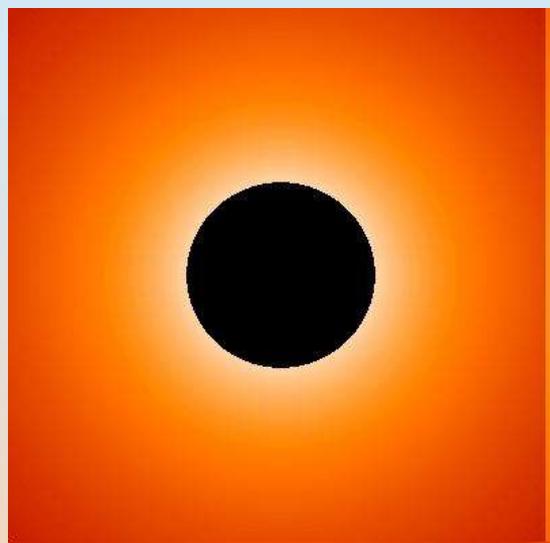
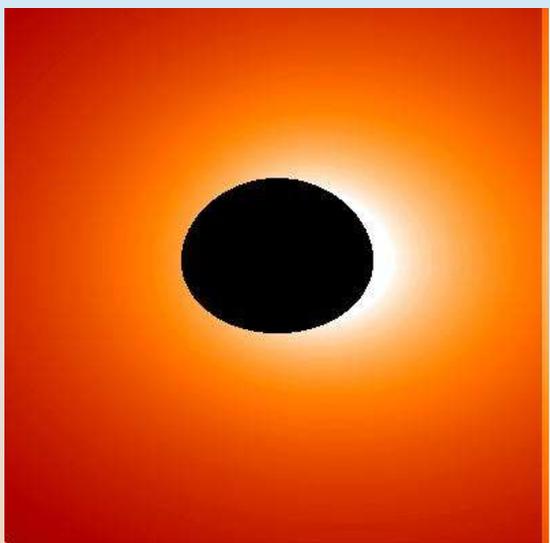
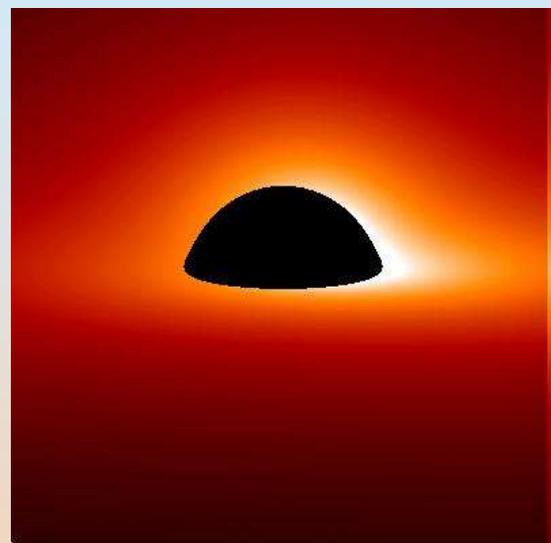


# Veiling Takahashi

80°

45°

00°



interstellar scattering, plasma effect, beam size





# Optically-Thick Bright Spots

## Broderick and Loeb 2005



### 円運動する輝点の イメージと光度曲線

(a)&(b)  $a=0, i=90^\circ$

(c)&(d)  $a=0, i=45^\circ$

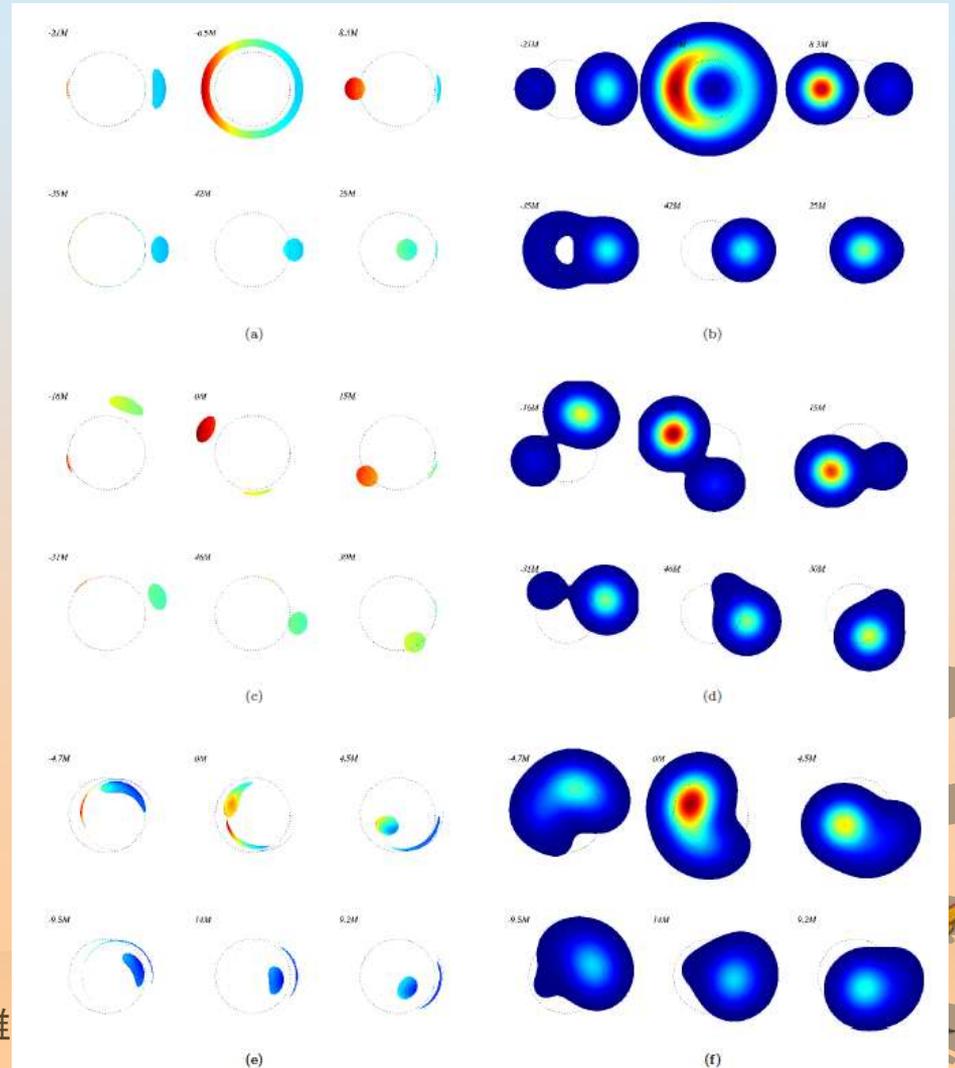
(e)&(f)  $a=0.9, i=45^\circ$

さまざまなphaseのもの

左:生のイメージ

右:  $20\mu\text{as}$ の分解能

(SgrA\*をsub-mm VLBA  
で観測したと想定)





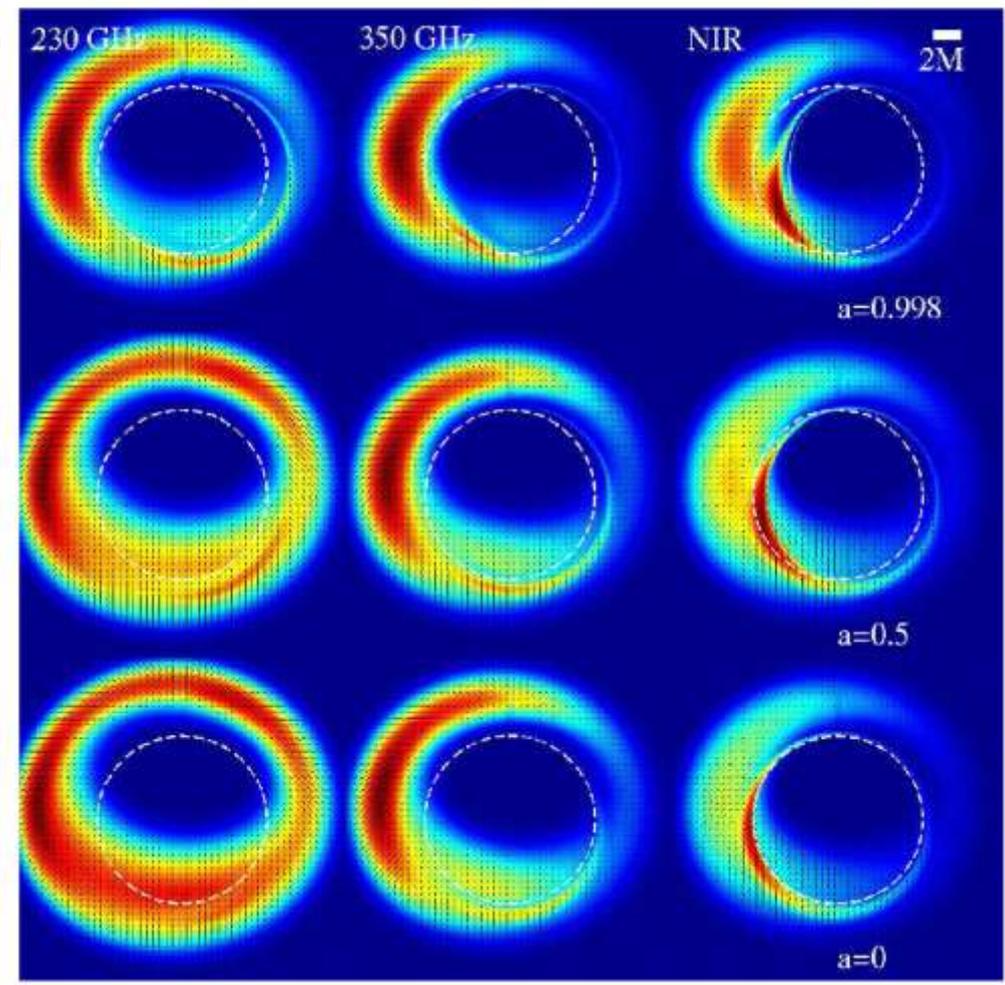
# Optically-Thin Hot Spots

## Broderick and Loeb 2006

- 半透明ホットスポットのイメージなど
- 輻射輸送 (散乱なし)

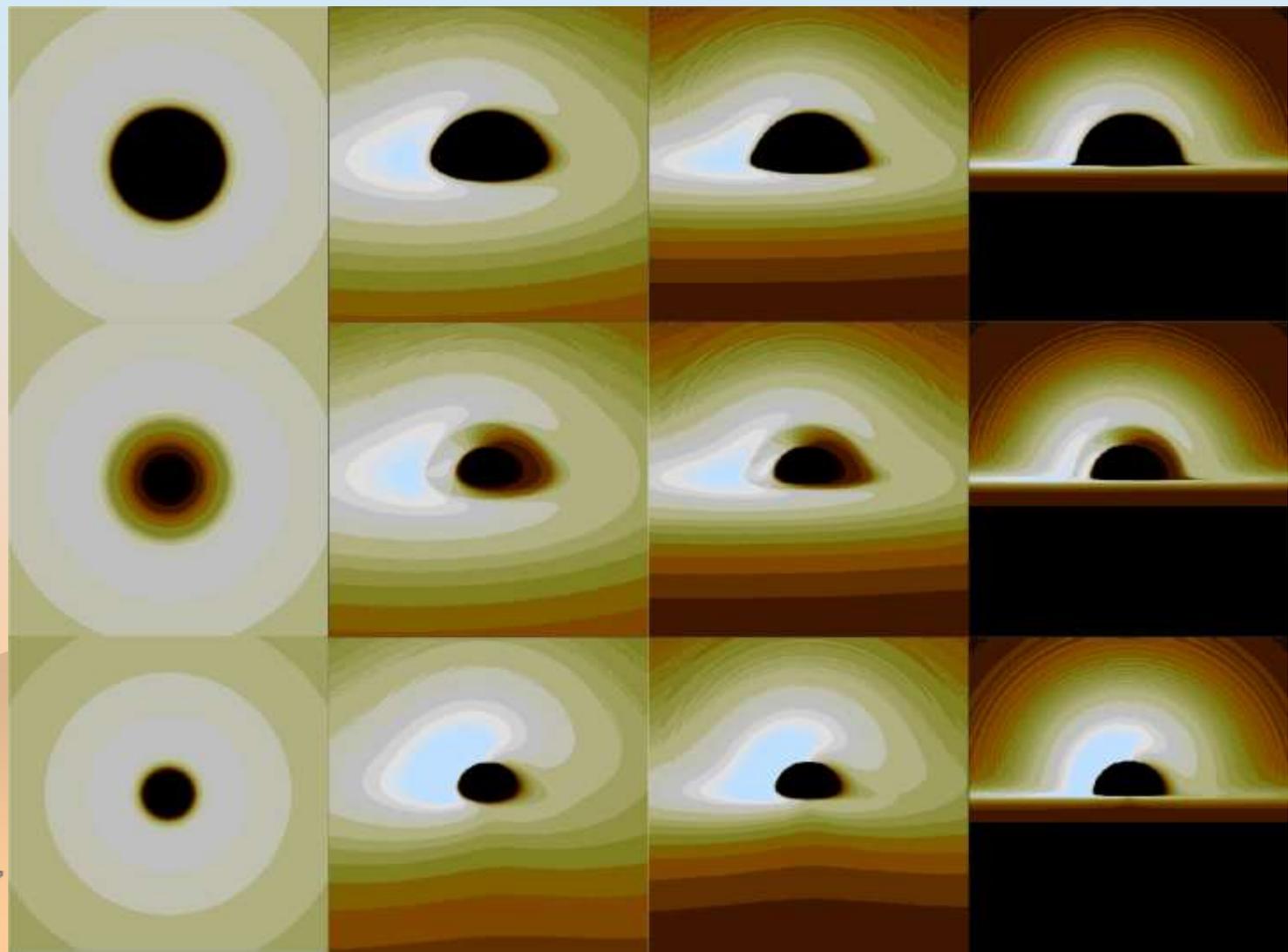
GR  
 230GHz/350GHz/NIR  
 $a=0, 0.5, 0.998$   
 $i=45^\circ$

長時間積分をしたと想定して、軌道平均したイメージ





# slim-like disk Fukue 2003





# slim disk, self-occultation



## Watarai et al. 2005

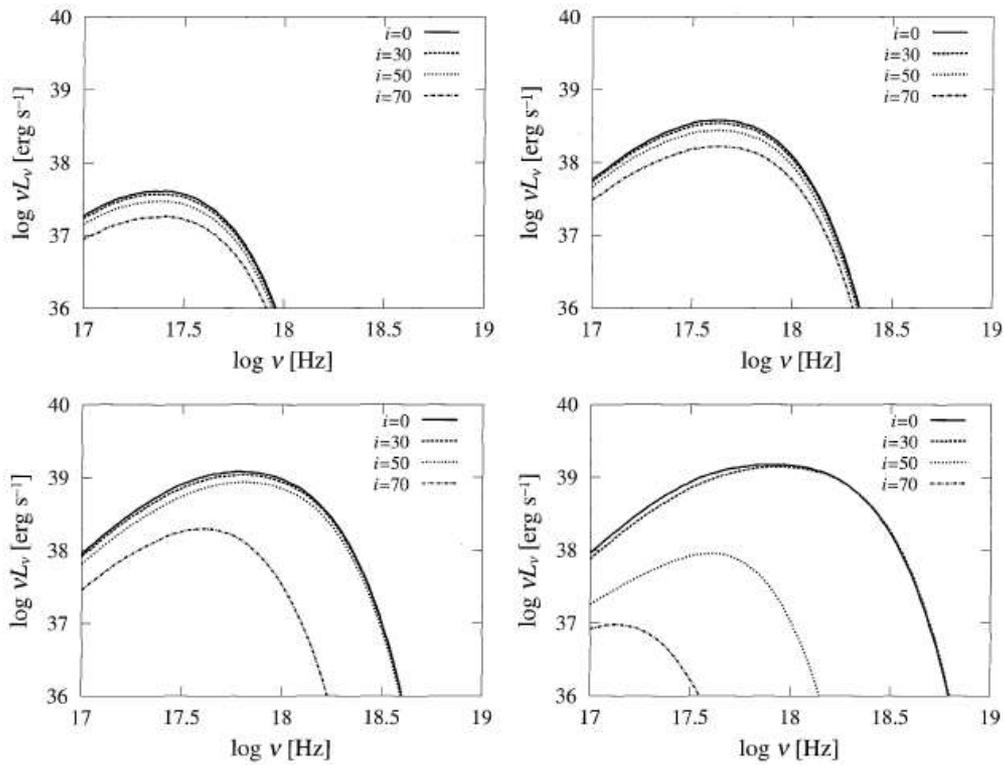
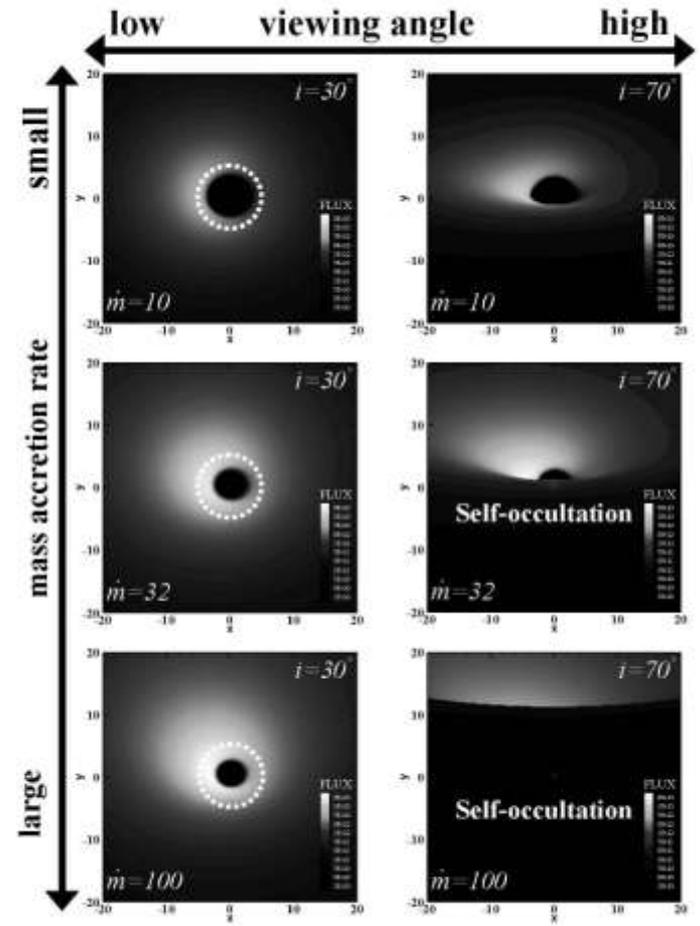


Fig. 3. Spectral energy distribution with different inclination angles,  $i = 0^\circ$  (solid lines),  $30^\circ$  (dashed lines),  $50^\circ$  (dotted lines), and  $70^\circ$  (dot-dashed lines). The accretion rate is set to be  $\dot{m} = 1$  (top left), 10 (top right), 100 (bottom left), and 1000 (bottom right).





# slim disk, self-occultation



## Wu et al. 2007

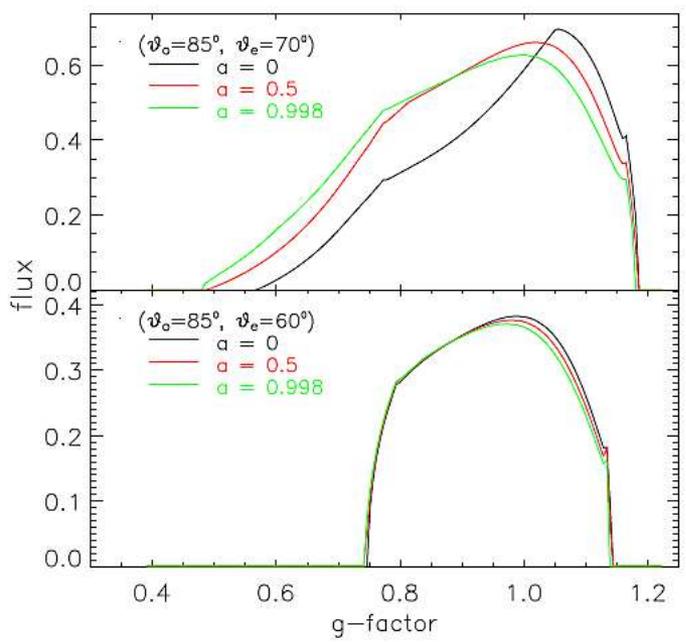


Figure 8. As in Fig. [6] but with the angles  $\vartheta_o = 85^\circ$  and  $\vartheta_e = 70^\circ$  (upper panel),  $60^\circ$  (lower panel).

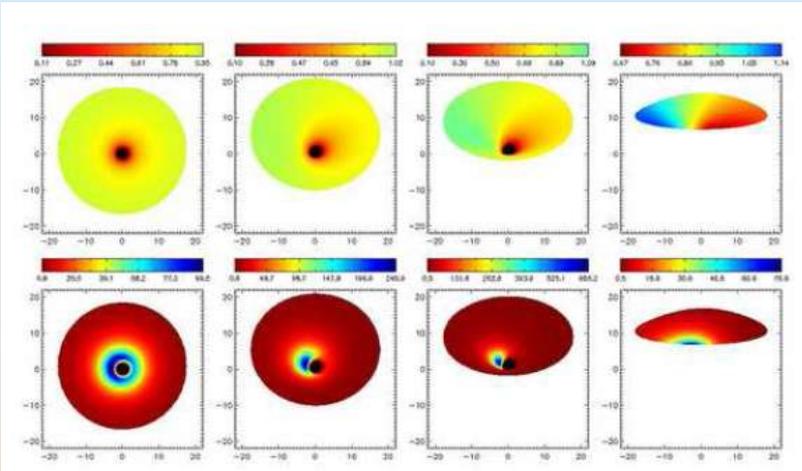


Figure 10. Redshift images (top row) and flux images (bottom row) of the accretion disc on the  $(\alpha, \beta)$  plane for an extreme Kerr black hole. From left to right-hand side:  $\vartheta_o = 5^\circ, 30^\circ, 55^\circ, 80^\circ$  and  $\vartheta_e = 60^\circ$ . Redshift images are colored by the associated values of  $g$  as measured by the infinity observer. Flux images are colored by  $10^4 c g^4$ . The parameters  $n$  and  $p$  are both set to 3 and  $f(\mu_e) \propto (1 + 2.06\mu_e)$ .

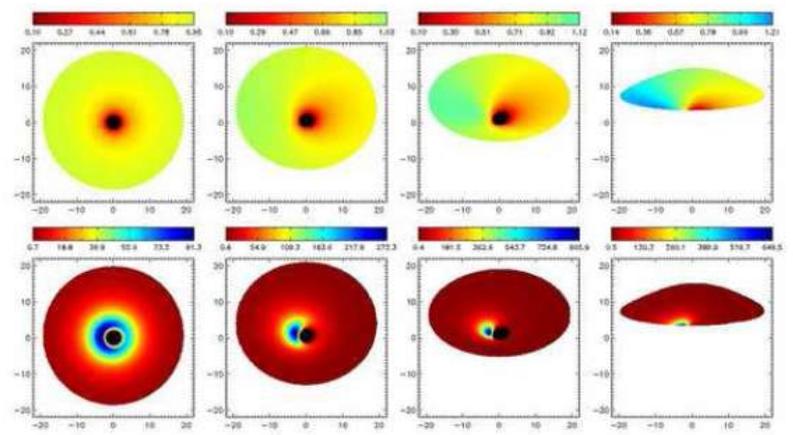


Figure 11. As in Fig. [10] but with the angle  $\vartheta_o = 70^\circ$ .



# eclipsing light curves

## Takahashi and Watarai 2007

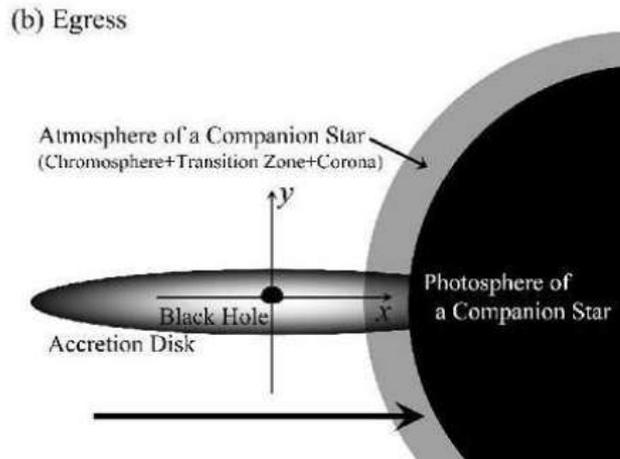
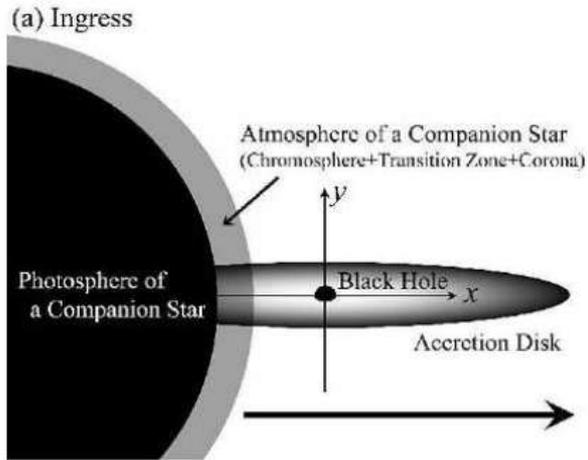
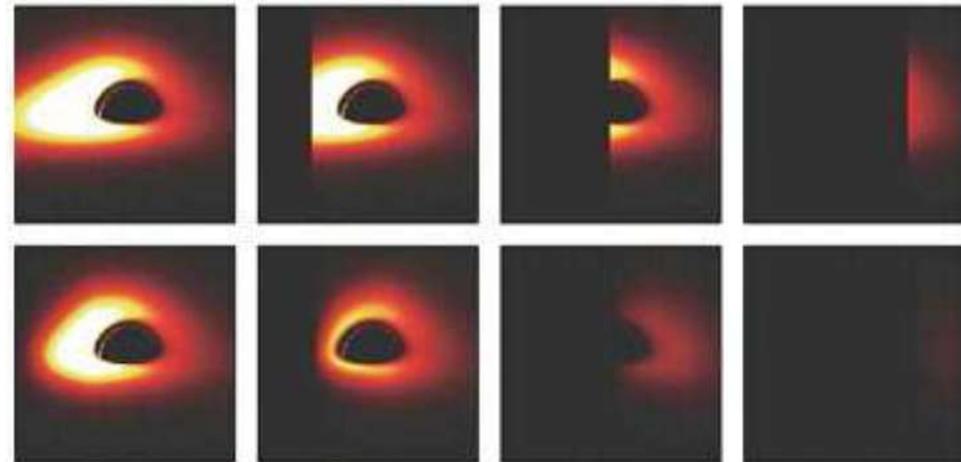
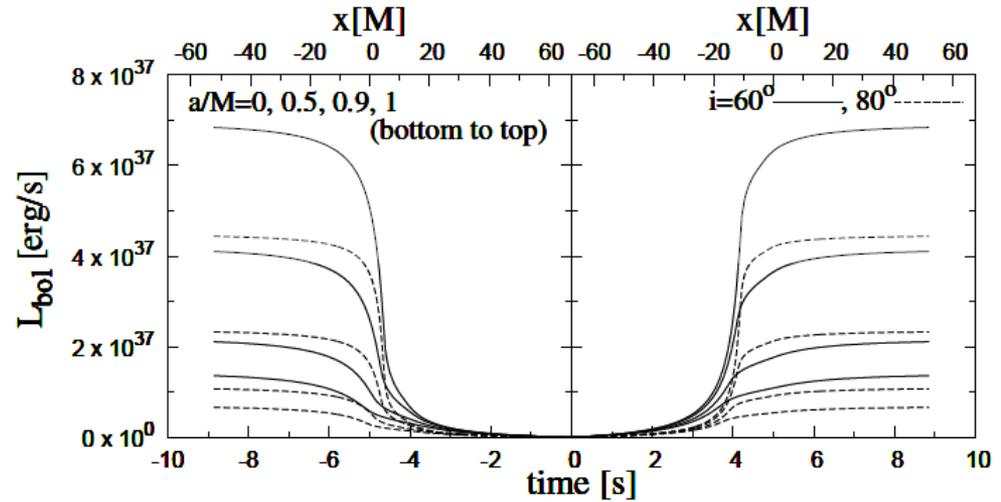


Figure 2. Schematic diagrams for the eclipsing black-hole binaries when the ingress (*top panel*) and the egress (*bottom panel*).





# Next Two Decades

- ❁ G-lensing
  - nearby star: Einstein ring (Alexander and Sternberg 1999)
- ❁ GR Radiative Transfer and Radiation Hydrodynamics
  - optically thick black-hole wind (Sumitomo et al. 2007)
  - optically thin ADAF flow (Broderick and Loeb 2006)
  - disk with jets (Broderick and Loeb 2008)
  - limb darkening (Fukue & Akizuki 2006)
  - **limb darkening + aberration (Fukue 2008)**
  - GR transfer (Wu et al. 2008)
- ❁ Tomography/Line mapping
- ❁ Polarization
- ❁ Ergo resolve



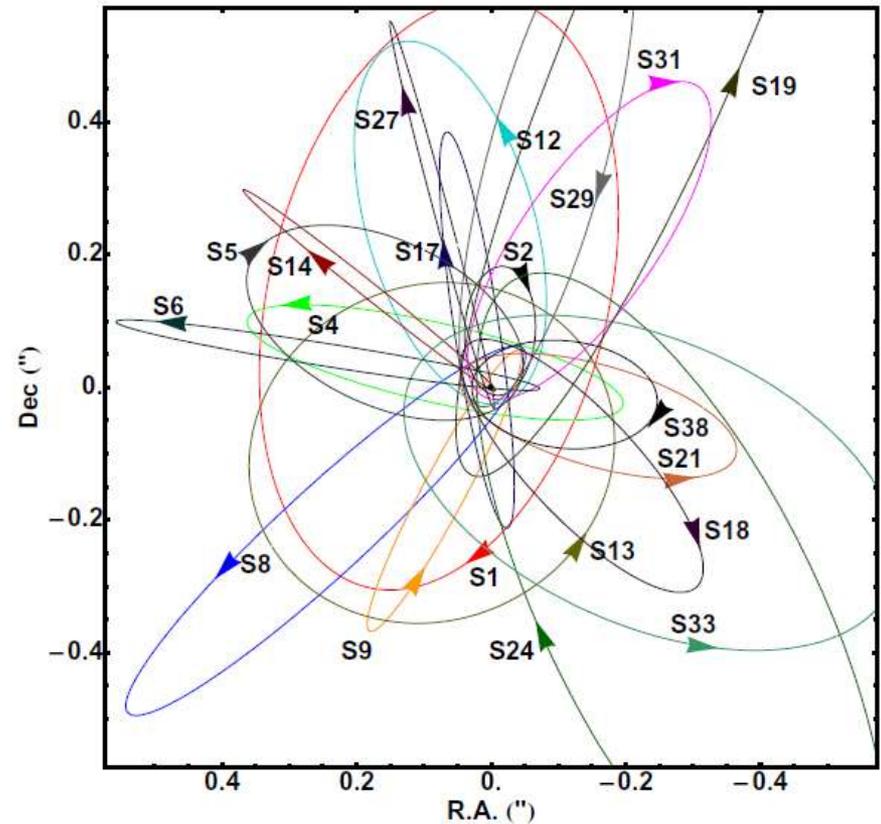
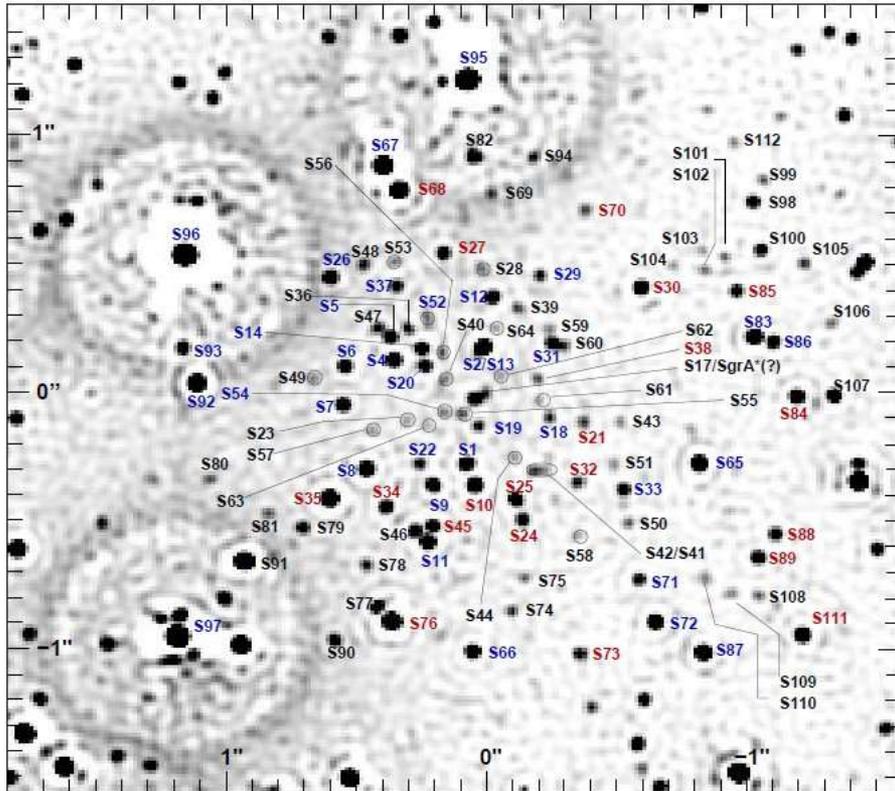


# Orbiting stars around Sgr A\*

## Gillessen et al. 2008



Gillessen et al.





# G-Lensing of orbiting stars

## Alexander and Sternberg 1999

The effective size of a gravitational lens at the lens plane is set by the Einstein radius,  $R_E$ ,

$$R_E = \left( \frac{4GM_\bullet}{c^2} \frac{Dd}{D+d} \right)^{1/2} \sim 2.2 \times 10^{15} (M_{2.6} d_1)^{1/2} \text{ cm}, \quad (1)$$

where  $G$  is the gravitational constant,  $c$  is the speed of light,  $M_\bullet$  is the lens mass (here the black hole mass), and  $D$  and  $d$  are the observer-lens and lens-source distances, respectively (see, e.g., review by Bartelmann & Narayan 1998). We assume, as will be justified below, that  $d \ll D$  and define  $M_{2.6} = M_\bullet / 2.6 \times 10^6 M_\odot$  and  $d_1 = d/1 \text{ pc}$ . The effective size of the lens at the source plane is  $R_S = R_E(D+d)/D \sim R_E$ . The angular size of the Einstein radius,  $\theta_E$ , is

$$\theta_E \sim 0''.018 D_8^{-1} (M_{2.6} d_1)^{1/2}, \quad (2)$$

where  $8D_8 \text{ kpc}$  is the Sun's Galactocentric distance (Carney et al. 1995).





# G-Lensing of orbiting stars

## Bozza and Mancini 2008

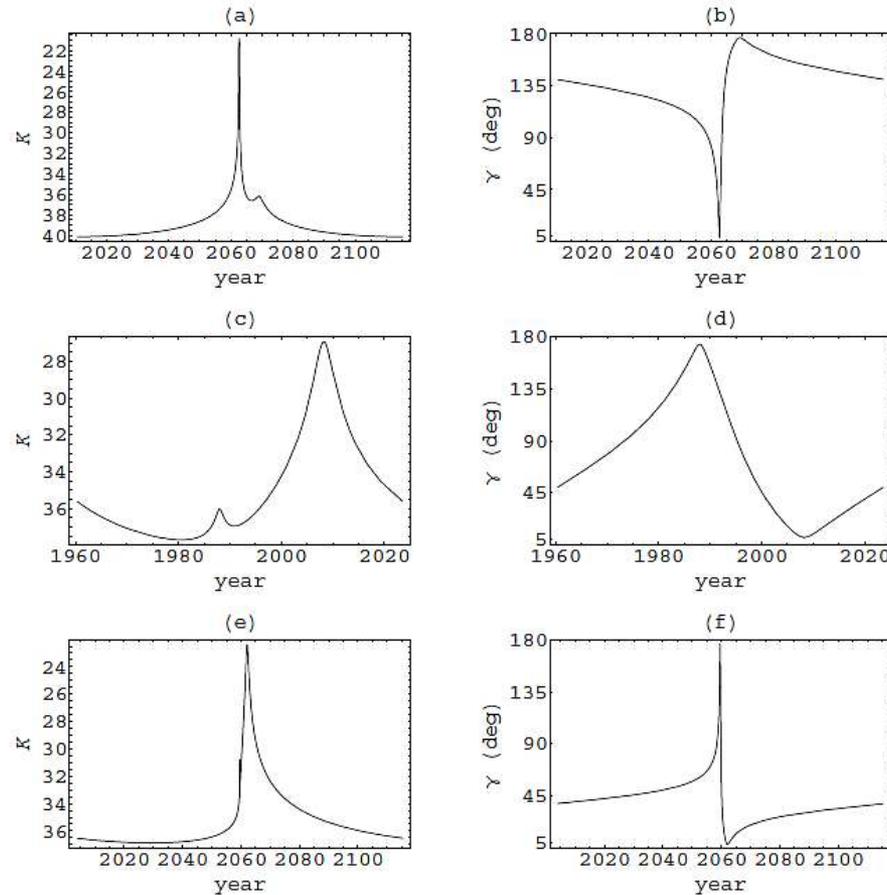


Fig. 1.— Left column: light curves for the secondary images of S6 (a), S17 (c), S27(e). Right column: the alignment angle  $\gamma$  as a function of time for S6 (b), S17 (d), S27(f).



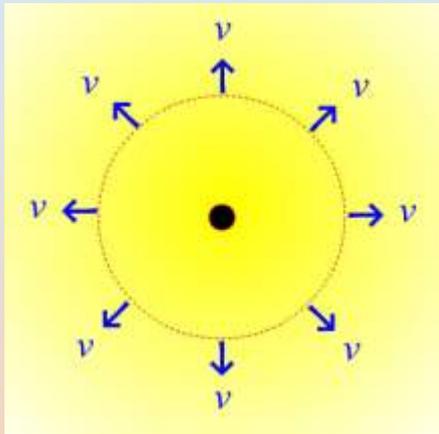


# BH wind/ apparent photosphere

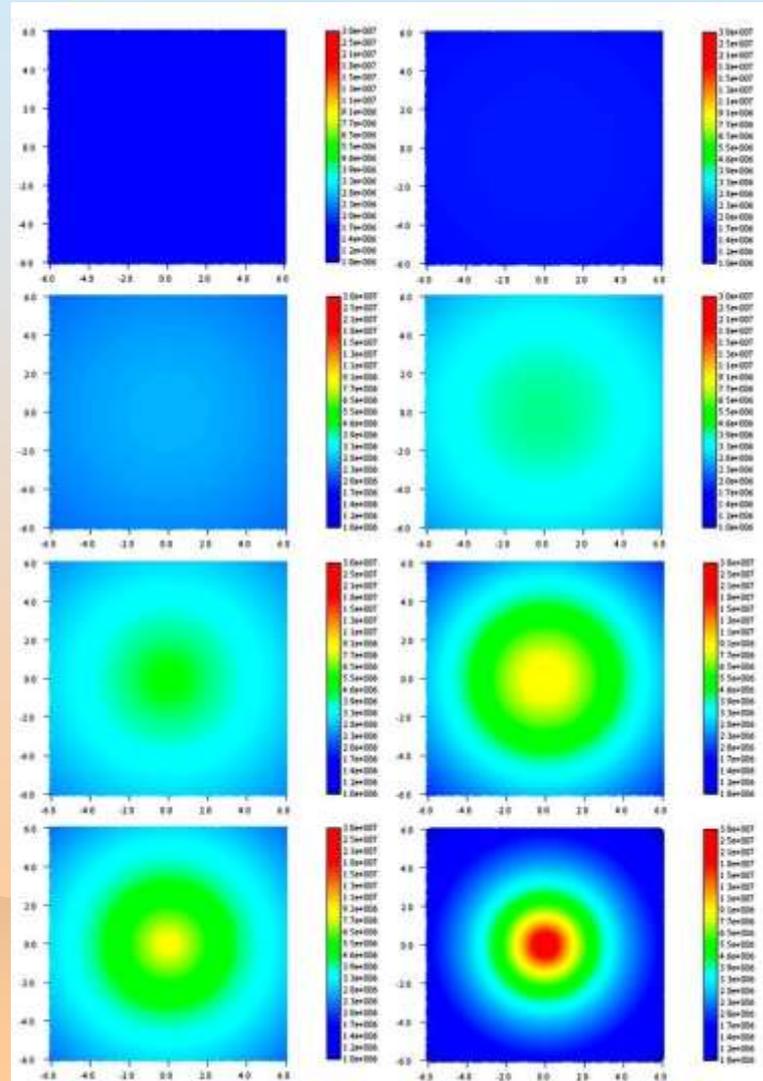


## Sumitomo et al. 2007

### 共動系



球対称風でも、相対論的周縁減光効果で中央部が明るくなる。

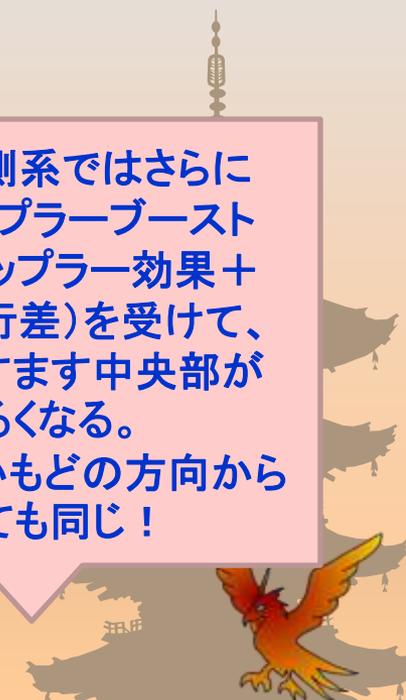


### 観測系

観測系ではさらにドップラーブースト(ドップラー効果+光行差)を受けて、ますます中央部が明るくなる。しかもどの方向からみても同じ!



2009/2/3





# disk + jets

## Broderick and Loeb 2008

### M87: 1.3mm

TABLE 1  
JET MODEL PARAMETERS

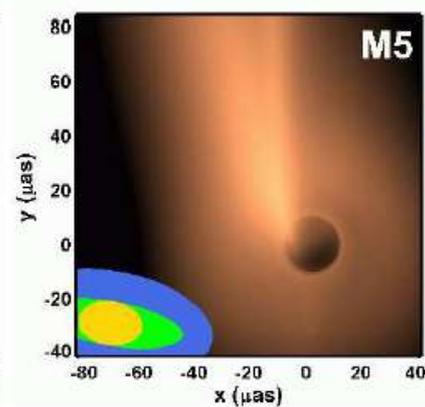
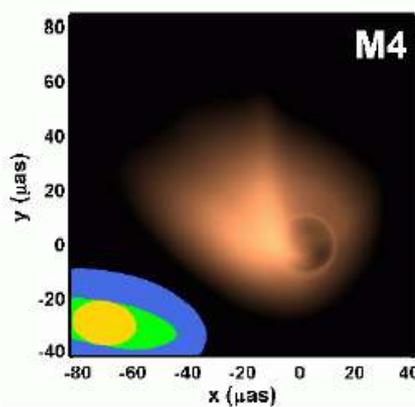
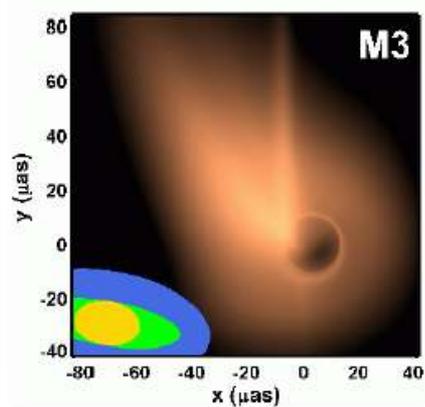
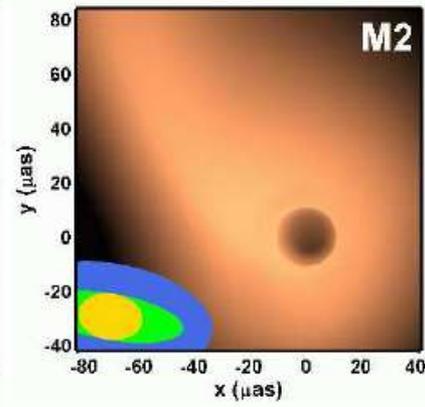
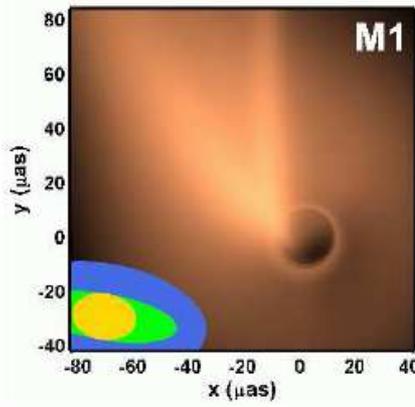
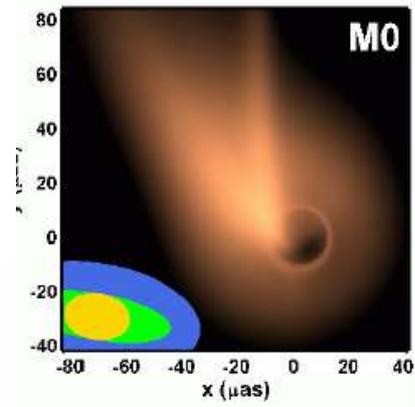
Model	$a(M)$	$\theta$	$r_{fp}(GM/c^2)$	$\xi$
M0	0.998	25°	10	1/2
M1	0.998	25°	20	1/2
M2	0	25°	10	1/2
M3	0.998	40°	10	1/2
M4	0.998	25°	10	5/8
M5	0.998	25°	10	3/8

$a$ : スピン

$\theta$ : 傾き

$r_{fp}$ : 太さ

$\xi: R \propto z^{\xi}$





# disk + jets

## Broderick and Loeb 2008

M87: 0.87mm

TABLE 1  
JET MODEL PARAMETERS

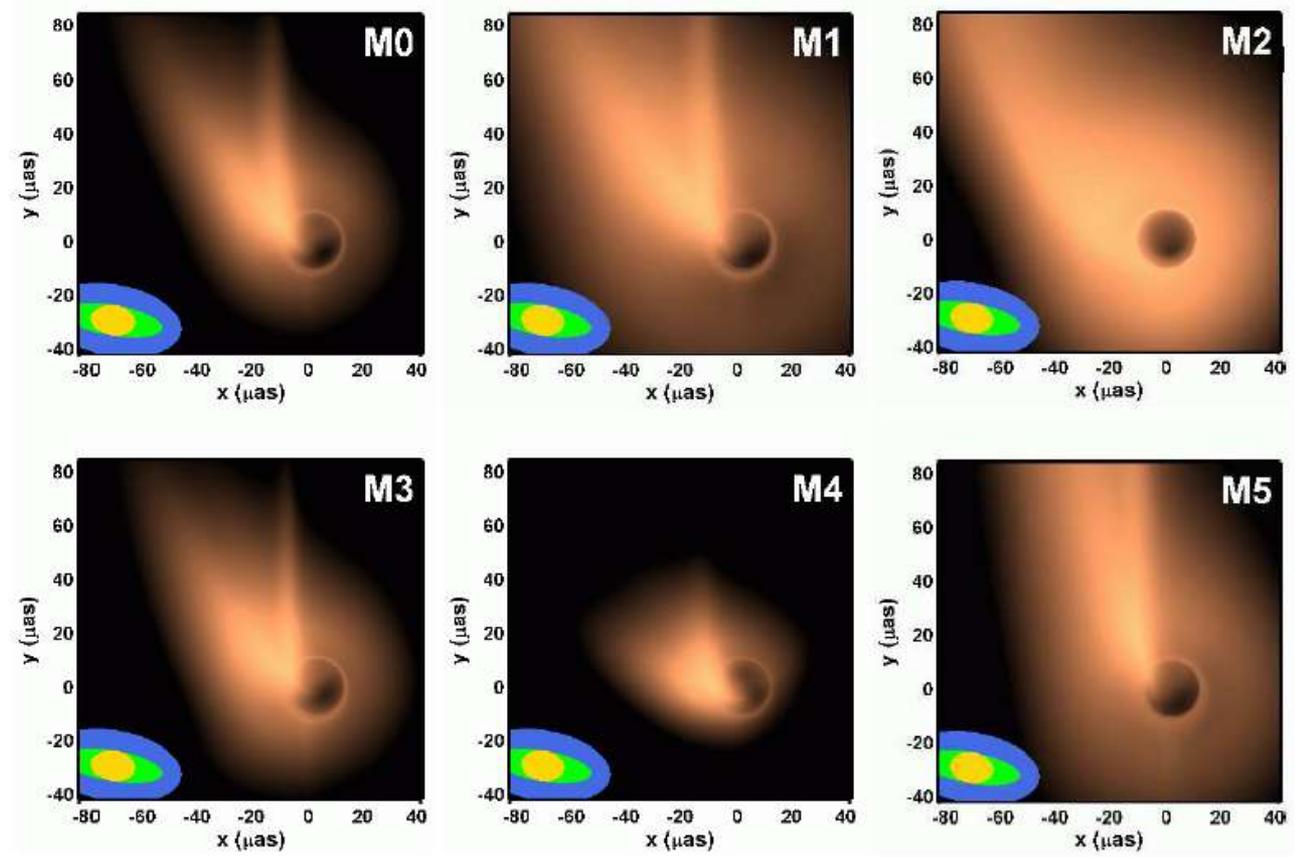
Model	$a(M)$	$\theta$	$r_{fp}(GM/c^2)$	$\xi$
M0	0.998	25°	10	1/2
M1	0.998	25°	20	1/2
M2	0	25°	10	1/2
M3	0.998	40°	10	1/2
M4	0.998	25°	10	5/8
M5	0.998	25°	10	3/8

$a$ : スピン

$\theta$ : 傾き

$r_{fp}$ : 太さ

$\xi: R \propto z^\xi$

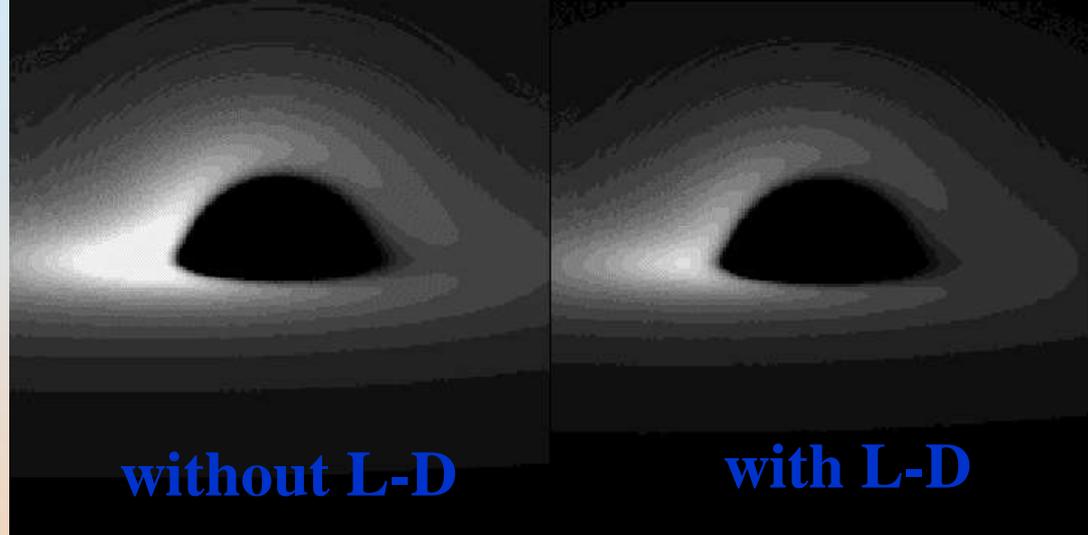




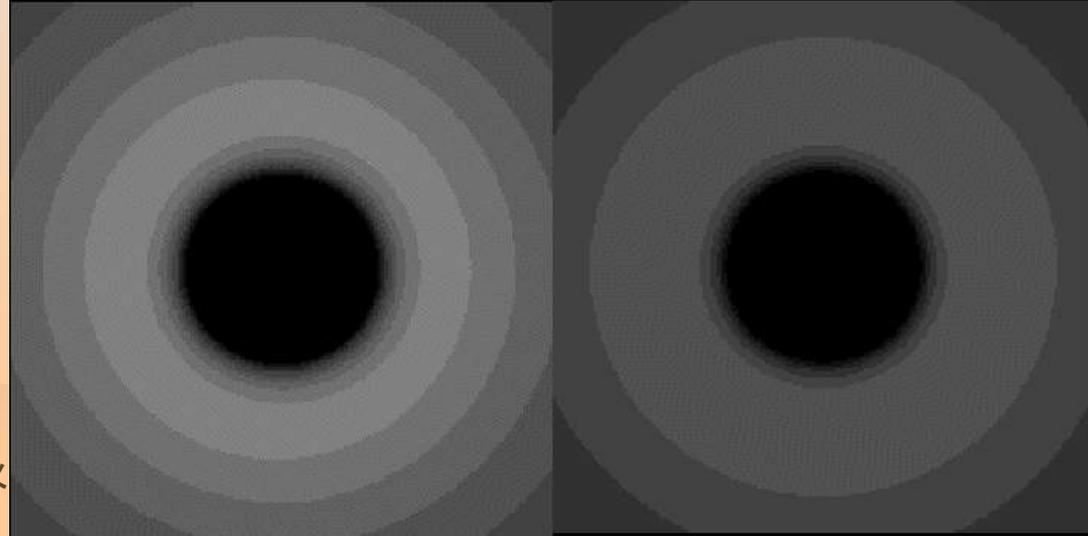
# RT: limb-darkening

## Fukue and Akizuki 2006

❁ 斜めから見ると暗くなるby周縁減光



❁ 上から見ても暗くなるby光行差



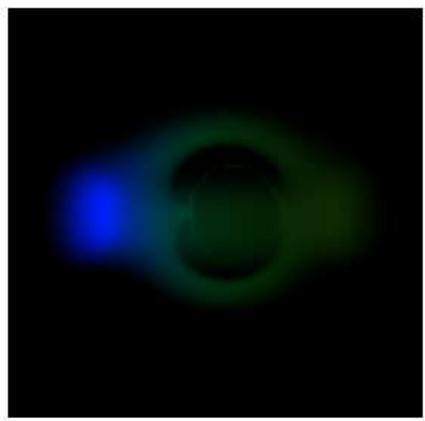
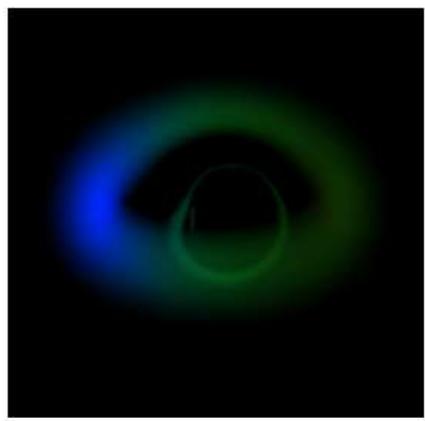
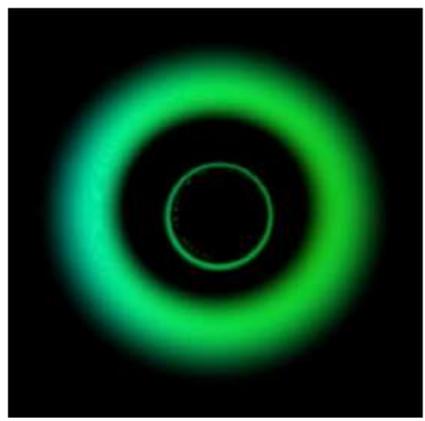


# RT: GR transfer

## Wu et al. 2008

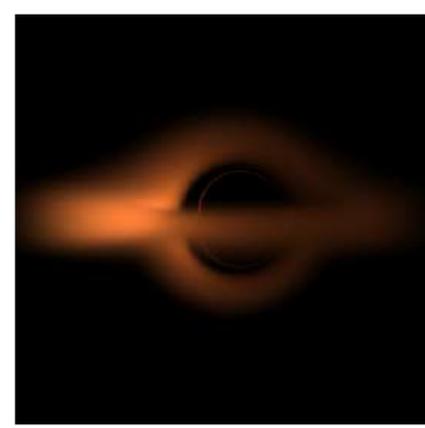
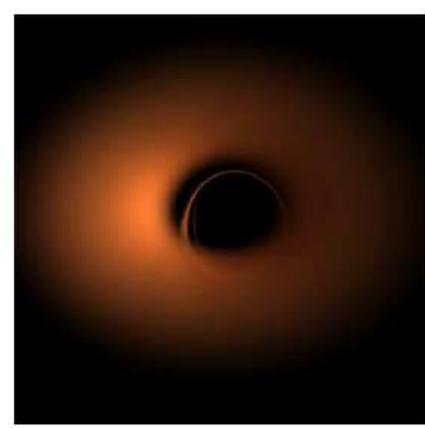
### Fe-line torus

$a=0.998$   
 $15^\circ$   
 $60^\circ$   
 $85^\circ$



### electron-scattering torus

$a=0.998$   
 $45^\circ$   
 $85^\circ$



# ものごとは“見た目”が大事

## 天体は“見た目”が10割

### 全体像(積分像)から詳細像(分解像)へ

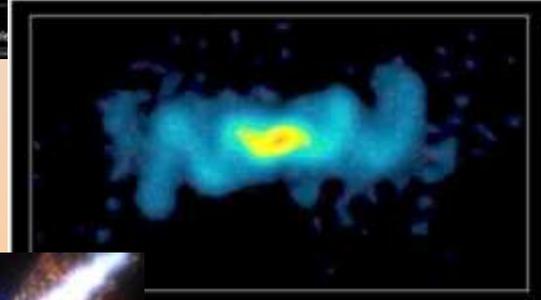
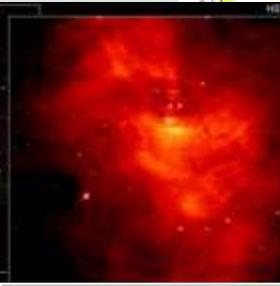
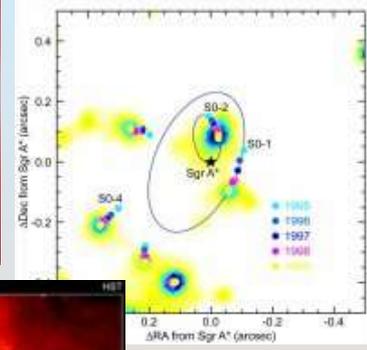
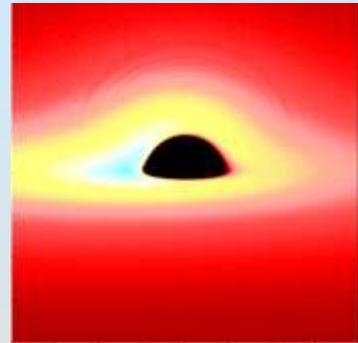
- ❁ 固有系における見かけ上の“光球”
  - 周縁減光効果
  - 光学的厚みへの相対論的影響
- ❁ 観測系における“見た目”
  - 光行差
  - ドップラー効果
  - 重力赤方偏移 & 光線の彎曲





# いろいろな相対論的運動体

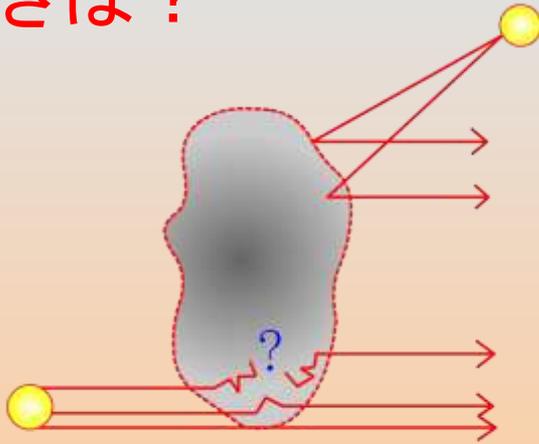
- ❁ ブラックホール降着円盤
  - 内縁公転速度が $\sim 0.4c$
- ❁ 亜光速運動星・軌道運動星
- ❁ 亜光速自転星
  - ミリ秒パルサーだと $0.2c$
- ❁ ブラックホール風・ジェット
- ❁ 相対論的ファイアボール
  - GRBは $0.9999c$





# 雲ーガス体ーの“見た目”

- ❁ 半透明なガス体の表面はどこか？
- ❁ 背後から光が透け出てくるときは？



どこで  
反射する  
のか



どこで  
透過する  
のか

- ❁ ガスの密度分布や温度分布によって見える場所(深さ)は違う





# ガス体や雲の“表面”



晴れた日には数km先まで見えるが霧が濃いときには1m先ぐらまでしか見えないこともある。星間空間では何万光年も彼方の星が見えるが、太陽内部では0.5cm先ぐらまでしか見えない。

ガス体は半透明で、温度などの状況によって見える深さ(場所)も違う。



雨の日



黄砂の日

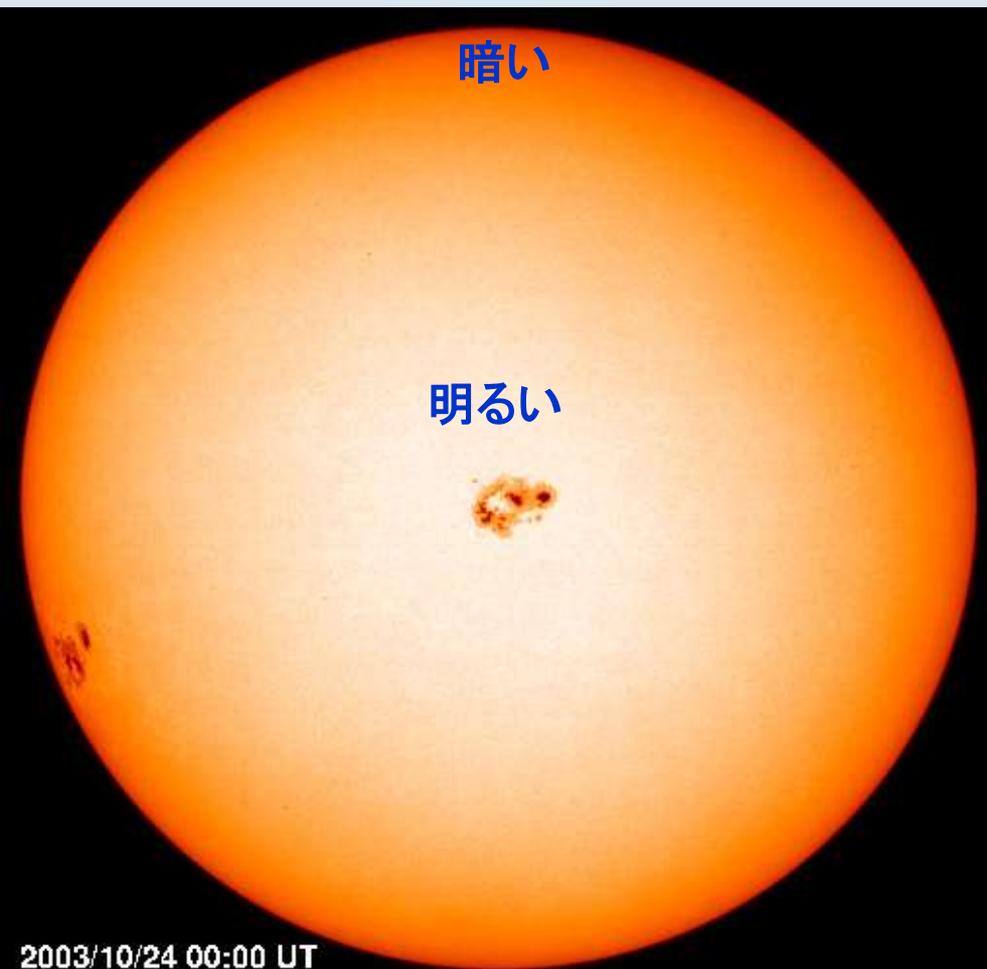




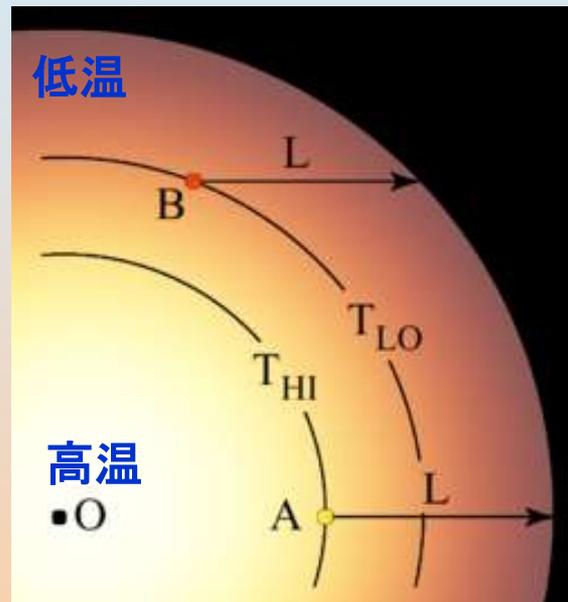
# 太陽の周縁減光効果



## ❁ 太陽の正面写真



## ❁ 太陽の断面図



周縁部  
浅い場所  
低温  
暗い

中央部  
深い場所  
高温  
明るい

## ❁ どこを視ているのか



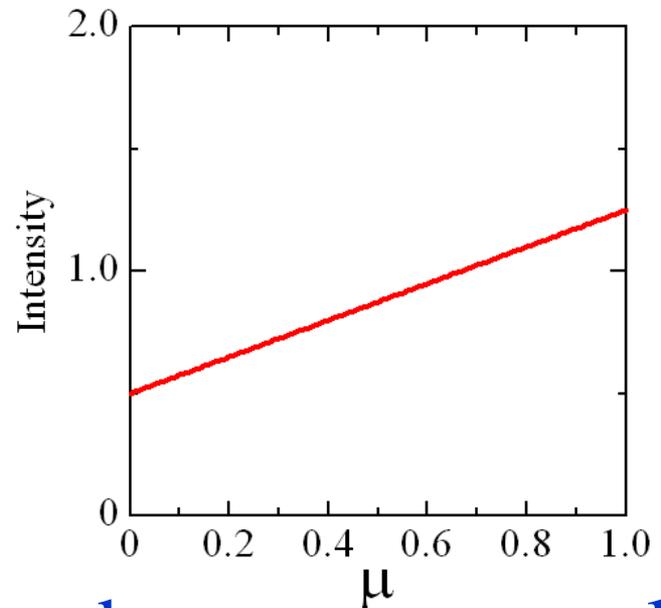
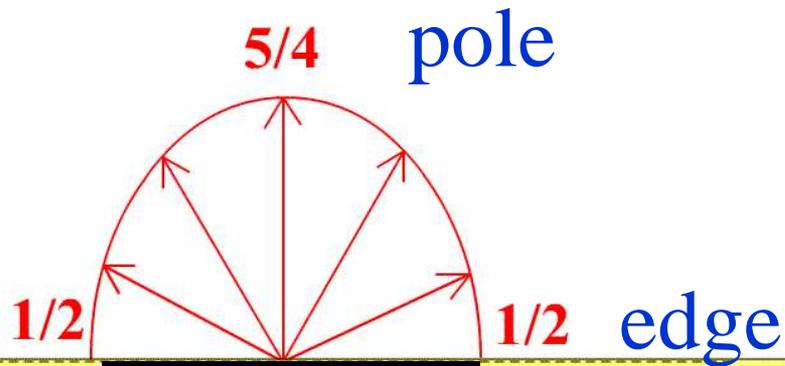


# 静的平行平板大気 Milne-Eddington解

- ❁ 表面での強度：  
周縁減光効果

$$I(\tau, \mu) = \frac{3F_s}{4\pi} \left( \frac{2}{3} + \tau + \mu \right).$$

$$I(0, \mu) = \frac{3F_s}{4\pi} \left( \frac{2}{3} + \mu \right).$$



edge

pole



# “見た目”光球面の光学的深さ

- ❁ 光学的に厚いガス体
- ❁ 平行平板近似
- ❁ 共動系でME大気
- ❁ 相対論的速度で運動
- ❁ 光行差

## ❁ 光行差

共動系の視線ベクトル  $s_0$   
 静止系の視線ベクトル  $s$

$$s_0 = \frac{1}{\gamma(1 - \mathbf{v} \cdot \mathbf{s})} \left[ \mathbf{s} + \left( \frac{\gamma - 1}{v^2} \mathbf{v} \cdot \mathbf{s} - \gamma \right) \mathbf{v} \right]$$

## ❁ 視線方向 $\tau$ 、鉛直方向 $\tau_{ph}$

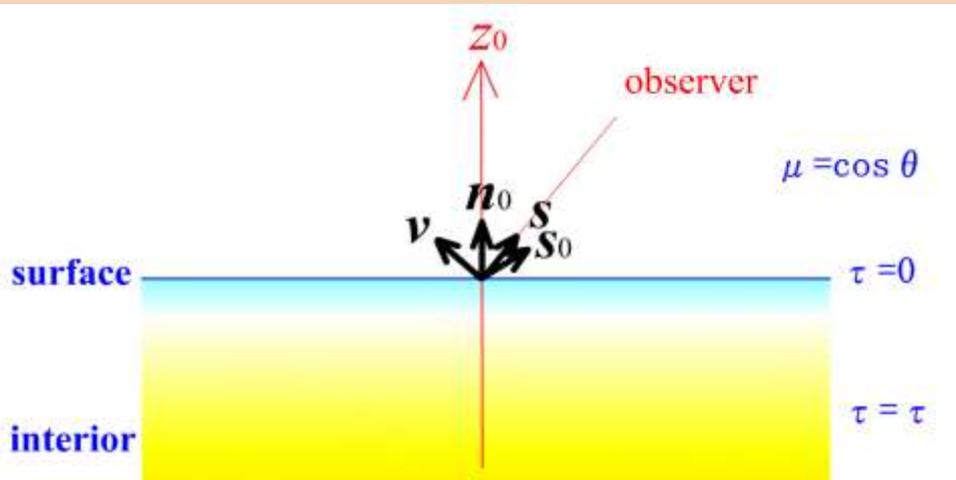
$$d\tau = -\kappa_0 \rho_0 ds_0$$

$$ds_0 = \frac{dz_0}{(\mathbf{s}_0 \cdot \mathbf{n})}$$

$$\tau = -\frac{1}{(\mathbf{s}_0 \cdot \mathbf{n})} \int_{\infty}^{z_{ph}} \kappa_0 \rho_0 dz_0 = 1$$

$$\tau_{ph} = (\mathbf{s}_0 \cdot \mathbf{n})$$

左の式は、単に、共動系の周縁減光効果を表しているだけだが、光行差で視線方向が変化する。





# “見た目”光球面の温度

## ❁ 共動系でME大気

$$I(\tau, \mu) = \frac{3F_s}{4\pi} \left( \frac{2}{3} + \tau + \mu \right).$$

$$I(0, \mu) = \frac{3F_s}{4\pi} \left( \frac{2}{3} + \mu \right).$$

1. 輻射輸送効果なし
2. 周縁減光効果のみ
3. + 光行差

$$\tau_{\text{ph}} = (\mathbf{s}_0 \cdot \mathbf{n})$$

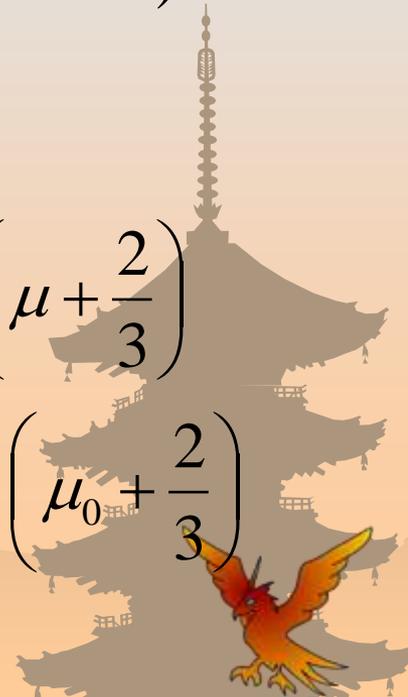
$$T_{\text{co}}^4 = T_{\text{eff}}^4 \frac{3}{4} \left( \tau_{\text{ph}} + \frac{2}{3} \right)$$

$$T_{\text{obs}} = \frac{1}{1+z} T_{\text{co}} = \frac{1}{\gamma(1-\mathbf{v} \cdot \mathbf{s})} T_{\text{co}}$$

$$\tau_{\text{ph}} = \frac{2}{3}; T_{\text{co}}^4 = T_{\text{eff}}^4$$

$$\tau_{\text{ph}} = \mu; T_{\text{co}}^4 = T_{\text{eff}}^4 \frac{3}{4} \left( \mu + \frac{2}{3} \right)$$

$$\tau_{\text{ph}} = \tau_{\text{ph}}; T_{\text{co}}^4 = T_{\text{eff}}^4 \frac{3}{4} \left( \mu_0 + \frac{2}{3} \right)$$



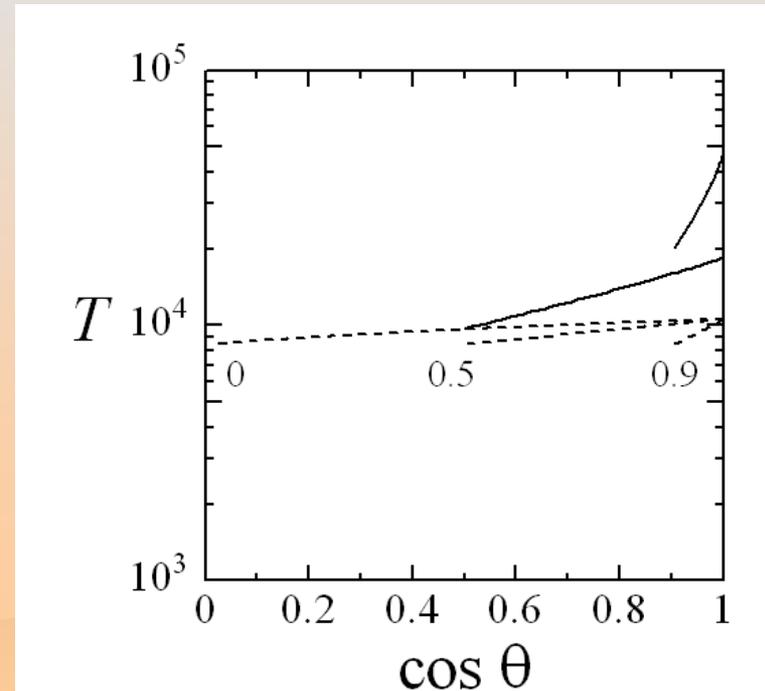
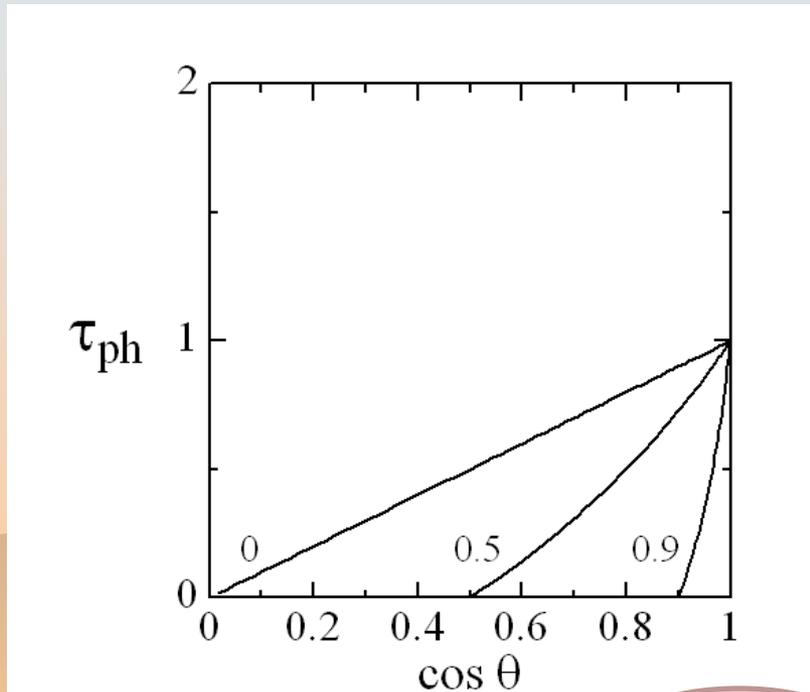


# 相対論的運動体の“見た目”光球面 突進する平面



❁ “見た目”光球面の  
光学的深さ

- ❁ 共動系温度(破線)
- ❁ 静止系温度(実線)
- ❁ 速度:  $0, 0.5c, 0.9c$



真横

真下

2009/2/3

火曜雑誌会@節分





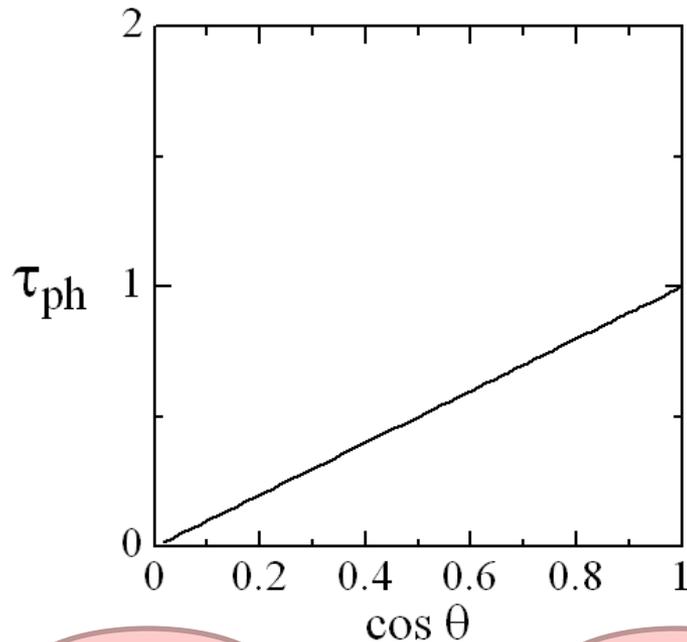
# 相対論的運動体の“見た目”光球面 突進する球体



❁ “見た目”光球面の  
光学的深さ

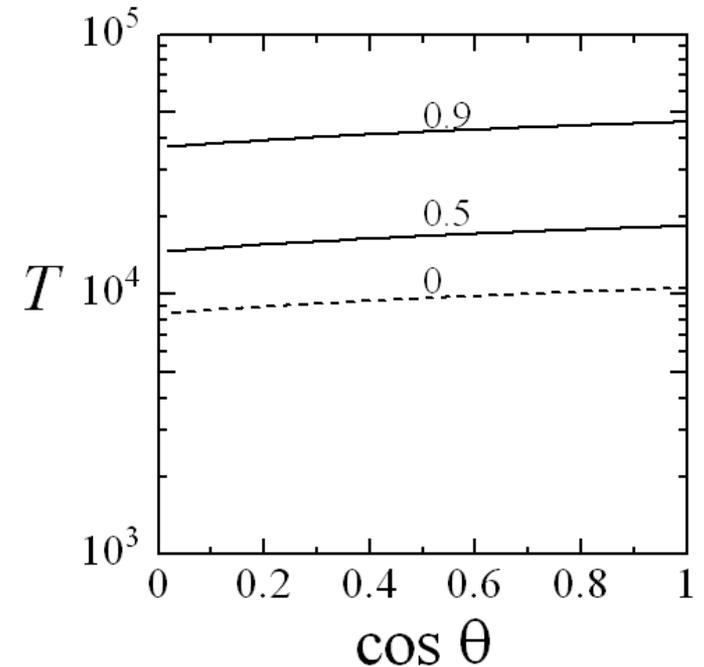
❁ 静止系温度

❁ 速度:  $0, 0.5c, 0.9c$



周縁

中央





# 相対論的運動体の“見た目”光球面 回転する円盤

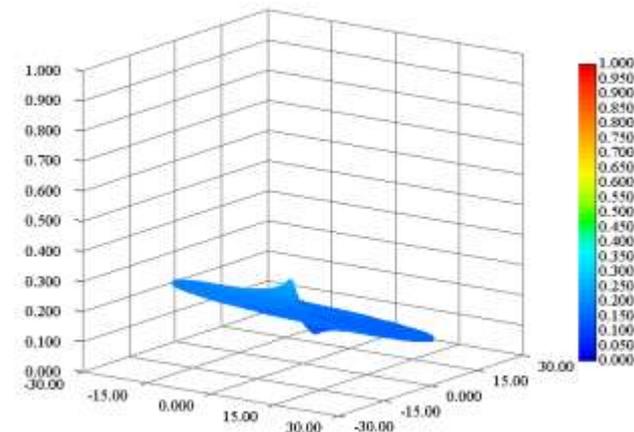
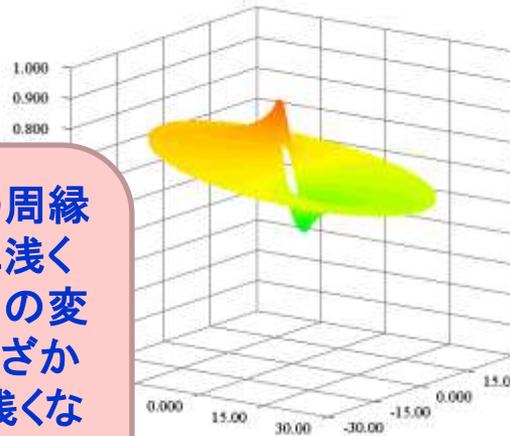
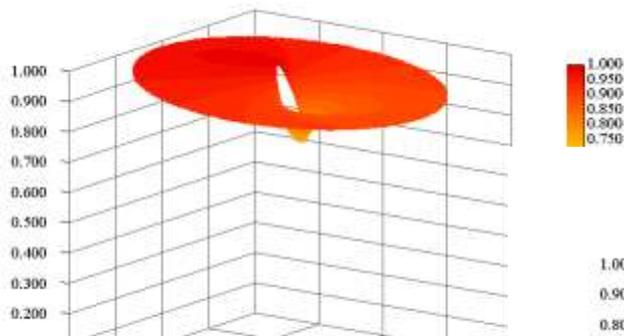


❁ “見た目”光球面の  
光学的深さ

❁ ケプラー円盤(NR)

❁ 軌道傾斜角

20°, 50°, 80°



軌道傾斜角が大きくなると、通常の周縁減光効果で光学的深さは全体的に浅くなる。さらに光行差による視線方向の変化で、観測者に近づく円盤左側(遠ざかる右側)は光学的深さが深くなる(浅くなる)。光行差の効果は円盤中央付近が顕著である。





# 相対論的運動体の“見た目”光球面

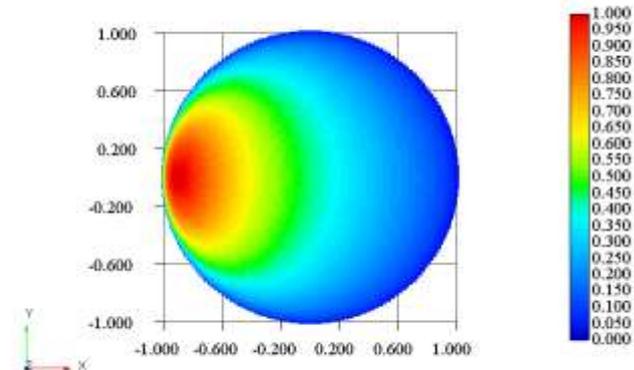
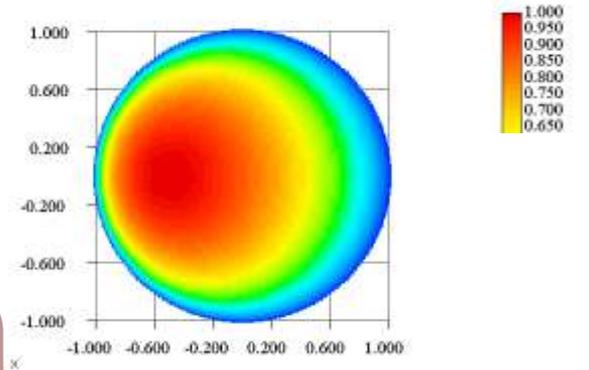
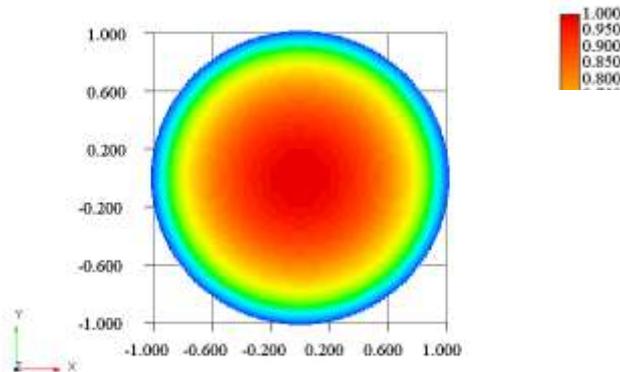
## 自転する球体



❁ “見た目”光球面の  
光学的深さ

❁ 剛体回転球（赤道面）  
❁ 赤道回転速度

$0, 0.5c, 0.9c$



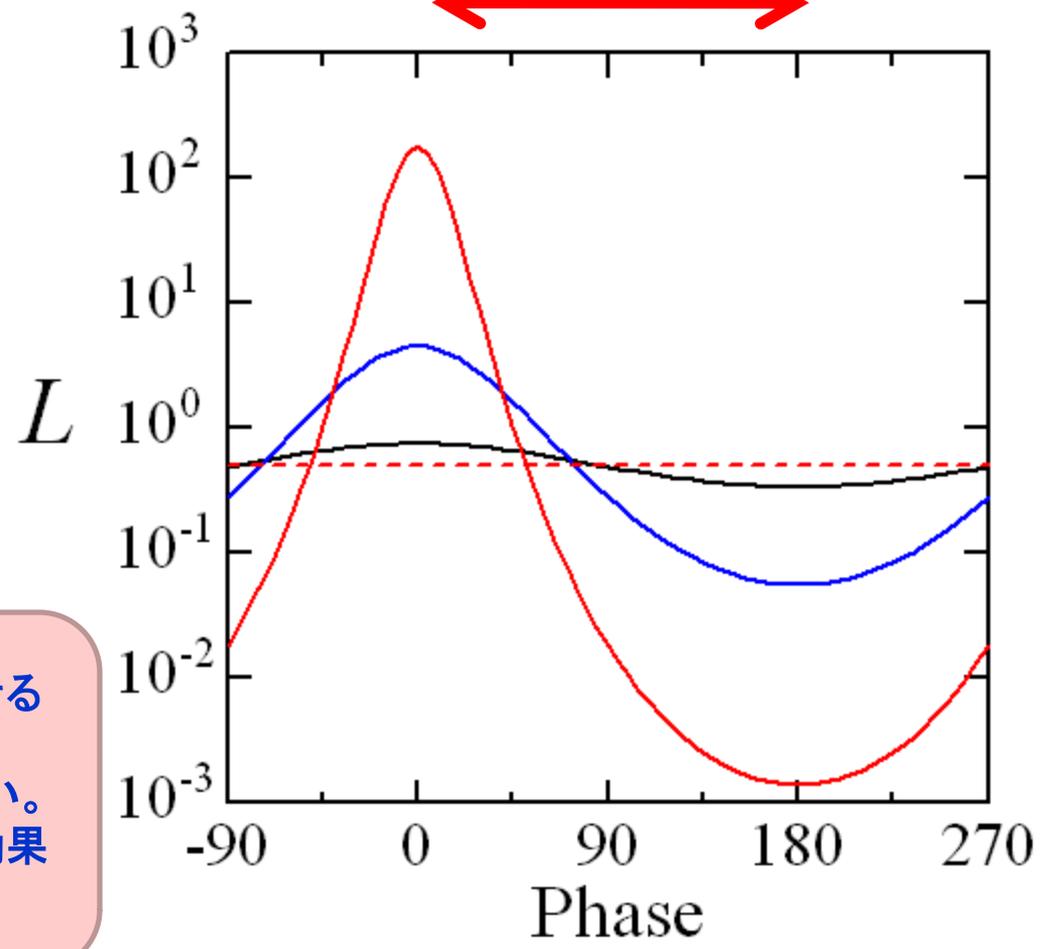
自転していないときは通常  
の周縁減光効果になっているが、  
自転していると観測者に近づく  
左側（遠ざかる右側）は深いところ  
（浅いところ）を観ることになる。



# 軌道黒体の光度曲線

- ❁ 円軌道
  - ❁ 赤道面から観測
  - ❁ 公転速度
- 0.1c, 0.5c, 0.9c
- ❁ 破線: 共動系
  - ❁ 実線: 観測系

手前側  
←→



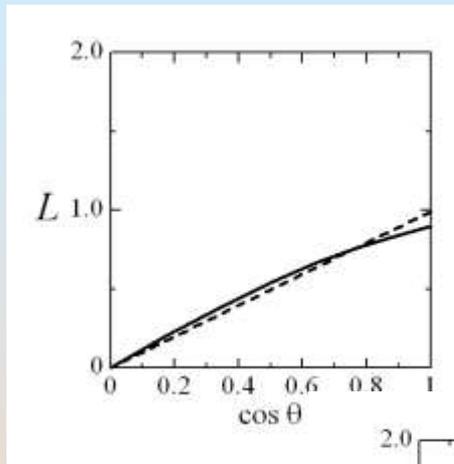
相対論的光行差による効果は球を回転させるように働くので、公転によって視線速度が変わっても共動系での明るさは常に変わらない。観測系では、速度の変化に伴うドップラー効果で明るさが変化する。



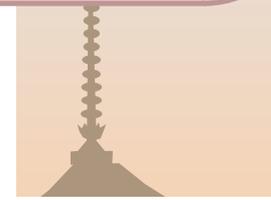
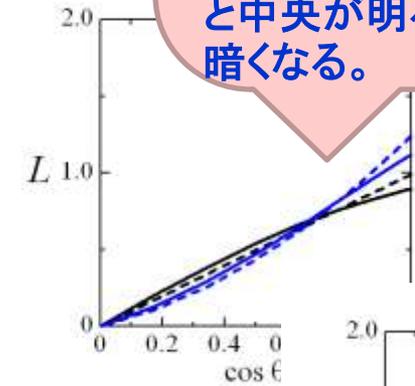
# ケプラー円盤の光度

- ❁ 標準降着円盤 (NR)
- ❁ GR 省略
- ❁ SR 考慮

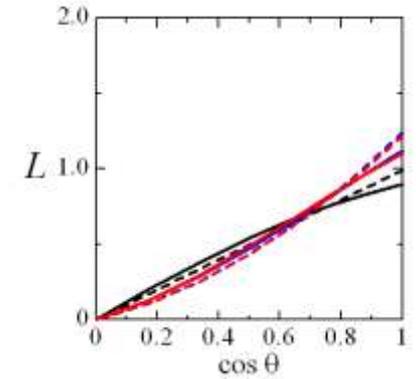
1. 黒: 輻射輸送効果なし
  2. 青: 周縁減光効果
  3. 赤: + 光行差
- ❁ 破線: 共動系
  - ❁ 実線: 観測系



黒の破線: 何もなければ、円盤を斜めから見る射影効果で  $L \propto \cos \theta$  となる。  
 黒の実線: 相対論的效果を考慮すると、上から見たときは縦ドップラーで暗くなり、斜めから見ると横ドップラーで明るくなる。  
 青: 周縁減光効果を入れると中央が明るくなり斜めが暗くなる。



cos theta ~ 0.7あたりでは、いろいろな効果が打ち消し合っている。



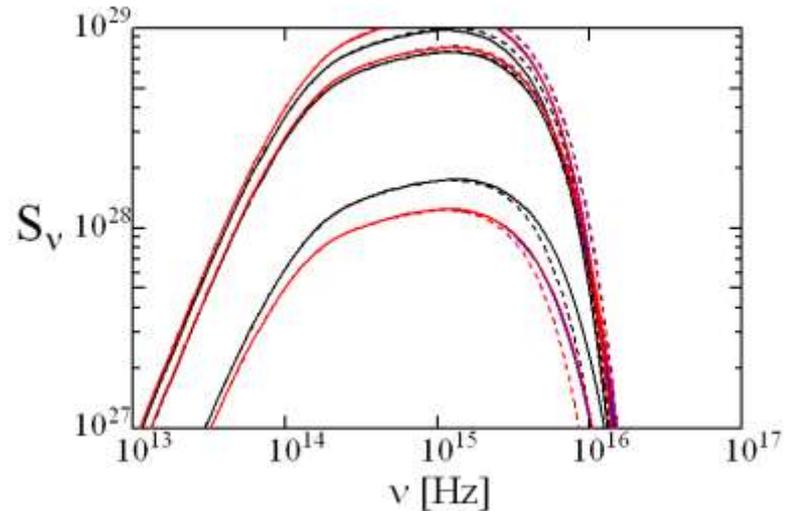
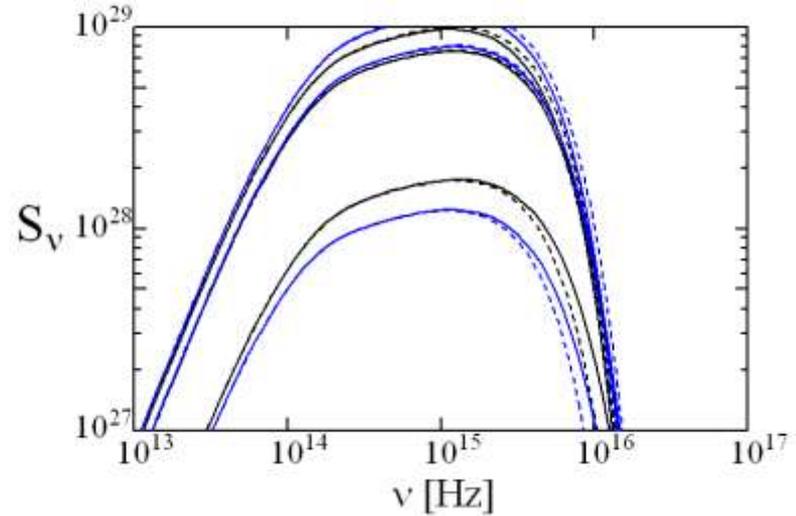


# ケプラー円盤のスペクトル

- ❁ 標準降着円盤 (NR)
- ❁ GR 省略
- ❁ SR 考慮

$0^\circ$  ,  $40^\circ$  ,  $80^\circ$

1. 黒: 輻射輸送効果なし
  2. 青: 周縁減光効果
  3. 赤: + 光行差
- ❁ 破線: 共動系
  - ❁ 実線: 観測系





# 相対論的運動体の見え方 まとめ

- ❁ 光学的に厚い相対論的運動体は、どこを視ているかを注意深く考えないといけない
- ❁ 周縁減光効果は、光行差による影響を受ける
  - 視線//垂線 (pole-on) × 視線//速度 ◎
  - 視線//垂線 (pole-on) × 視線⊥速度 ×
  - 視線//表面 (edge-on) × 視線//速度 △ (limb)
  - 視線//表面 (edge-on) × 視線⊥速度 ×
- ❁ 観測光度はドップラーブーストで高くなる
  - 光行差効果 = < 周縁減光効果 << ドップラーブースト





# 相対論的運動体の見え方 今後の課題

- ME/黒体輻射でないときは？
- 線スペクトルへの影響
- 偏光への影響
- ブラックホール風のモデル改
  - ファイアボール  $\gamma \propto R$  (Paczynski)
  - ブラックホール輻射風 (Akizuki&F)
- 非球対称の場合は？

