相対論的球対称流における輻射場と速度場の同時解

Relativistic Radiative Transfer
Relativistic Formal Solution
Spherical Flow

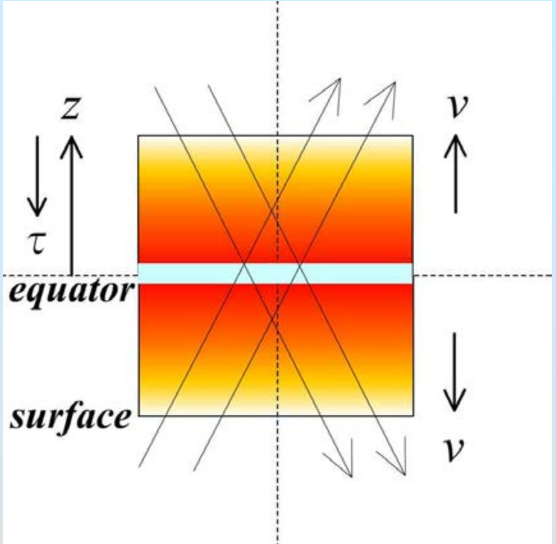
福江　純＠大阪教育大学

目次

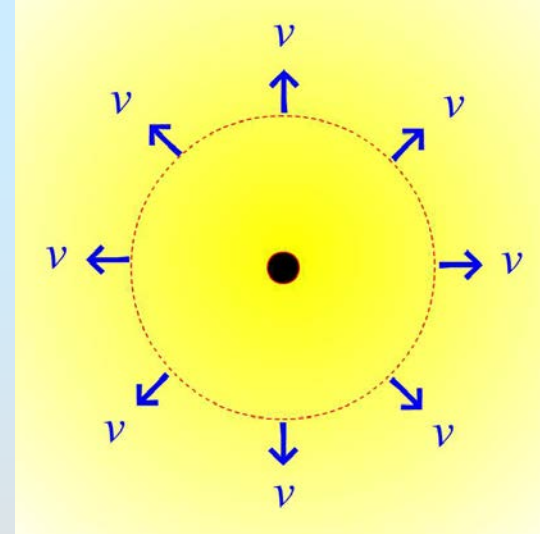
０　やったこと
１　輻射圧で駆動される相対論的球対称流
２　相対論的球対称流における相対論的輻射輸送の形式解
３　相対論的輻射圧駆動球対称流の完全解
４　今後の課題

大阪教育大学　福江です。
学会初日に食べたもののせいか、初日夜に体中から、
ジェットとアクリーションを起こして寝込んでいます。
いくつもの会合や打ち合わせをキャンセルしてしまい、
実行委員会のお許しを得て、自分の発表も
竹田さんに代読してもらうことになりました。

よろしくお願いします。



０　やったこと



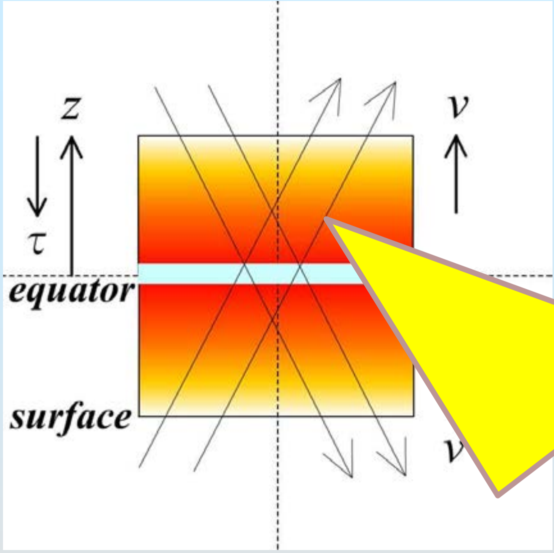
- 相対論的平行平板流の相対論的形式解の導出
  - 速度場を与えて相対論的輻射輸送を解く

    Fukue 2014
  - 速度場と輻射場を同時に解く

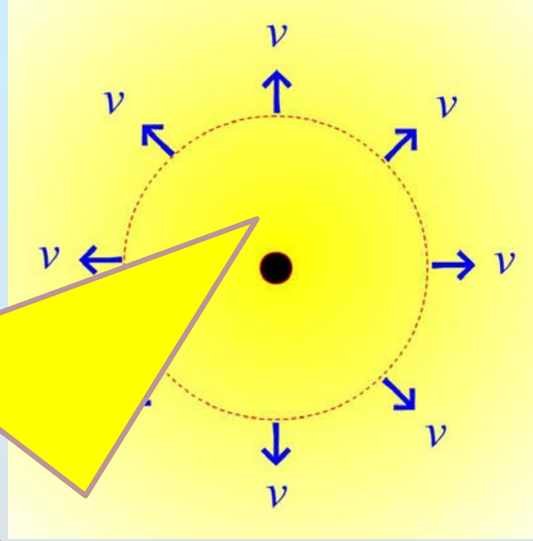
    Fukue 2015
- 相対論的球対称流の相対論的形式解の導出
  - 速度場を与えて相対論的輻射輸送を解く

    Fukue 2017a
  - 速度場と輻射場を同時に解く！

    Fukue 2017b?



0　や たこと



輻射場と速度場を同時に無矛盾に解くのは

★はじめて★

（たぶん）

- 相対論的平 … 対称流の … 論的 … 式解 … 導出
  - 速度場を与 … 的輻射輸送を …
    Fuku…
  - … 与えて相対論 … 輸送を解く
    Fukue …
  - 速度 … 輻射場を同時 … に解く
    Fukue 2015
  - 速度場と輻 … を同時に解く！
    Fukue 2017b?

１　輻射圧で駆動される
相対論的球対称流

1 Relativistic Radiation Hydrodyanmical Spherical Outflows

従来の研究

相対論的輻射圧駆動球対称流

輻射圧駆動風：中性子星風、BH風

Ruggles and Bath 1979

Paczynski 1986

Paczynski and Proczynski 1985

Turolla+ 1986

Nobili+ 1994 (Eddington)

輻射優勢降着流：BH降着流

Tamazawa+ 1975

Flammang 1982

Blondin 1986

Miller 1990

Nobili 1991

$$f = \frac{1+\tau}{1+3\tau}$$

輻射圧で駆動する球対称流に関する研究は、非相対論的および相対論的を含め、数多くあります。しかしながら大部分は、（輻射輸送方程式でなく）モーメント式とクロージャー関係を用いたものです。

Closure 問題

Usual closure relation for radiation

Eddington approximation

$$P_{\rm co}^{ik} = \frac{\delta^{ik}}{3} E_{\rm co}$$

Diffusion approximation

$$F_{\rm co}^{i} = -\frac{c}{\kappa_R \rho} \frac{\partial P_{\rm co}^{ik}}{\partial x^k} = -\frac{c}{3\kappa_R \rho} \frac{\partial E_{\rm co}}{\partial x^i}$$

Flux - limited diffusion

$$F_{\rm co}^{i} = -\lambda \frac{c}{\kappa_R \rho} \frac{\partial E_{\rm co}}{\partial x^i}$$

- エディントン因子

Fukue 2005

- 拡散近似

Castor 1972
Ruggles, Bath 1979
Flammang 1982
Tullola+ 1986
Paczynski 1990
Nobili+ 1993, 1994

- シミュレーション

Eggum+ 1985, 1988
Kley 1989
Okuda+ 1997
Kley, Lin 1999
Okuda 2002
Okuda+ 2005
Ohsuga+ 2005
Ohsuga 2006

Closure 問題

Usual closure relation for radiation

In the comoving frame

Eddington approximation

$$P_{\mathrm{co}}^{ik} = \frac{\delta^{ik}}{3} E_{\mathrm{co}}$$

Diffusion approximation

$$F_{\mathrm{co}}^{i} = -\frac{c}{\kappa_R \rho} \frac{\partial P_{\mathrm{co}}^{ik}}{\partial x^k} = -\frac{c}{3\kappa_R \rho}$$

Flux - limited diffusion

$$F_{\mathrm{co}}^{i} = -\lambda \frac{c}{\kappa_R \rho} \frac{\partial E_{\mathrm{co}}}{\partial x^i}$$

- エディントン因子

光学的に薄いと f=1/3 でなくなる
相対論的領域では、共動系でも等方的でなくなる
$v = c/\sqrt{3}$で病的な特異性が出現

Nobili+ 1993, 1994

- シミュレーション

非因果的
静止大気以外での適用は危険

Ohsuga 2006

2. RRHD Closure Relation 2

What is a closure relation
in subrelativistic to relativistic regimes

$*$ **Velocity-dependent**

variable Eddington factor

$$P_{\rm co} = f(\beta) E_{\rm co}$$

- **plane-parallel**

$$f(\beta) = \frac{1+2\beta}{3}; \quad \beta = \frac{v}{c}$$

Fukue 2006

- **spherical**

$$f(\tau,\beta) = \frac{1+\tau/[\gamma(1+\beta)]}{1+3\tau/[\gamma(1+\beta)]}$$

Akizuki, Fukue 2007

$*$ **Numerical simulation**

$$f(\tau,\beta)$$

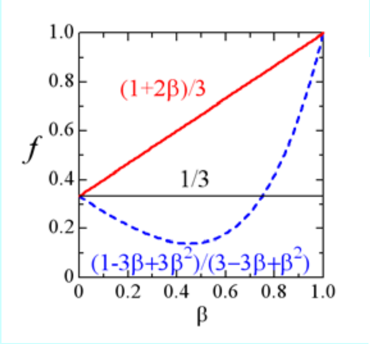
Koizumi, Umemura 2007

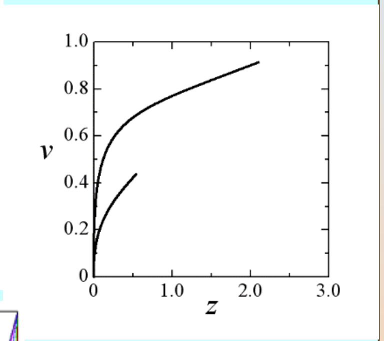
$*$ **Velocity-gradient-dependent**

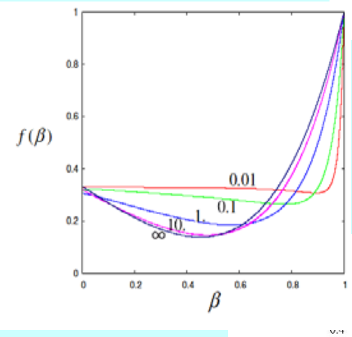
variable Eddington factor

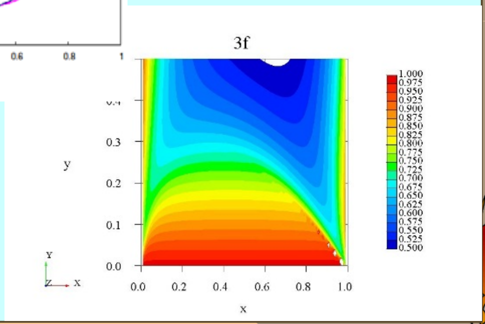
$$f(\tau,\beta,d\beta/d\tau)$$

Fukue 2007

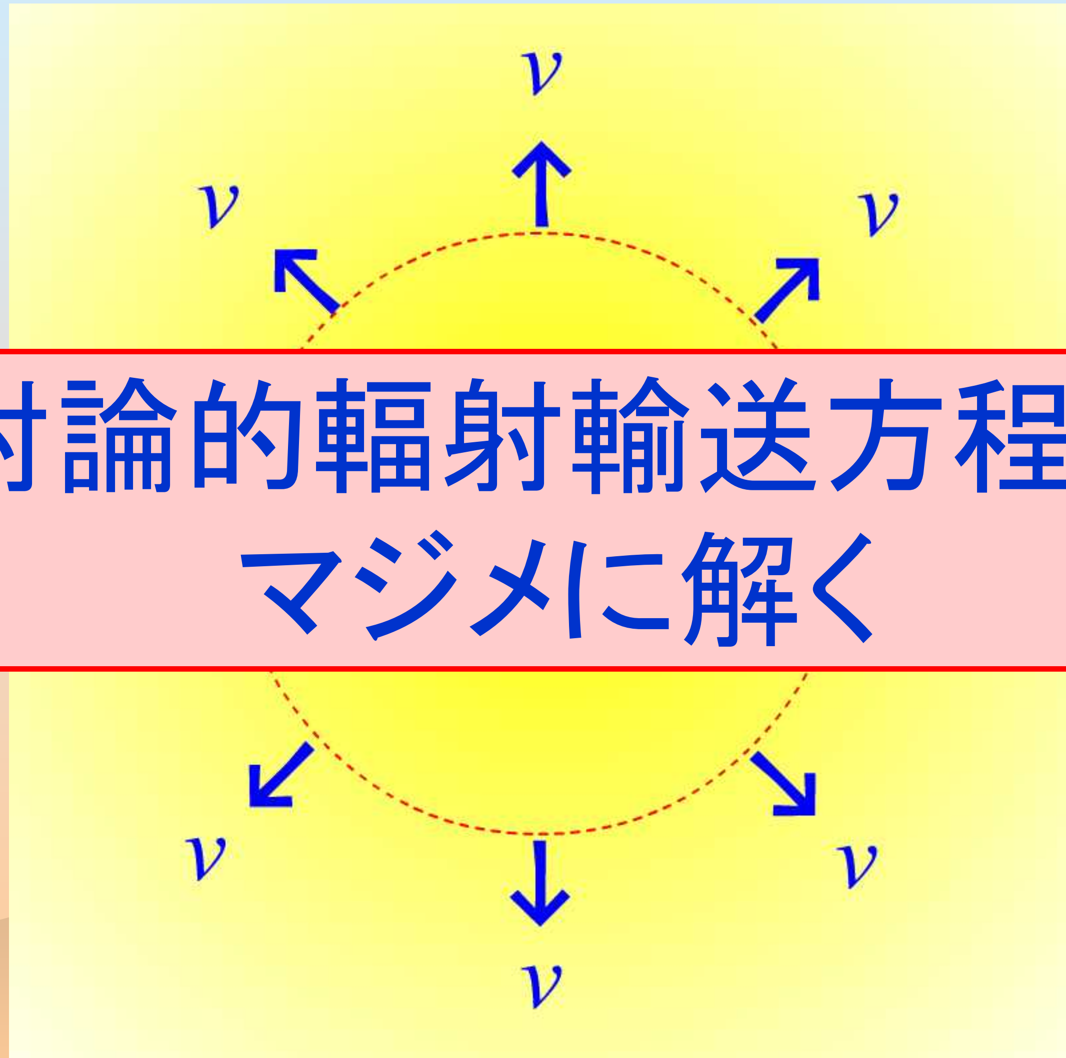








相対論的球対称輻射流



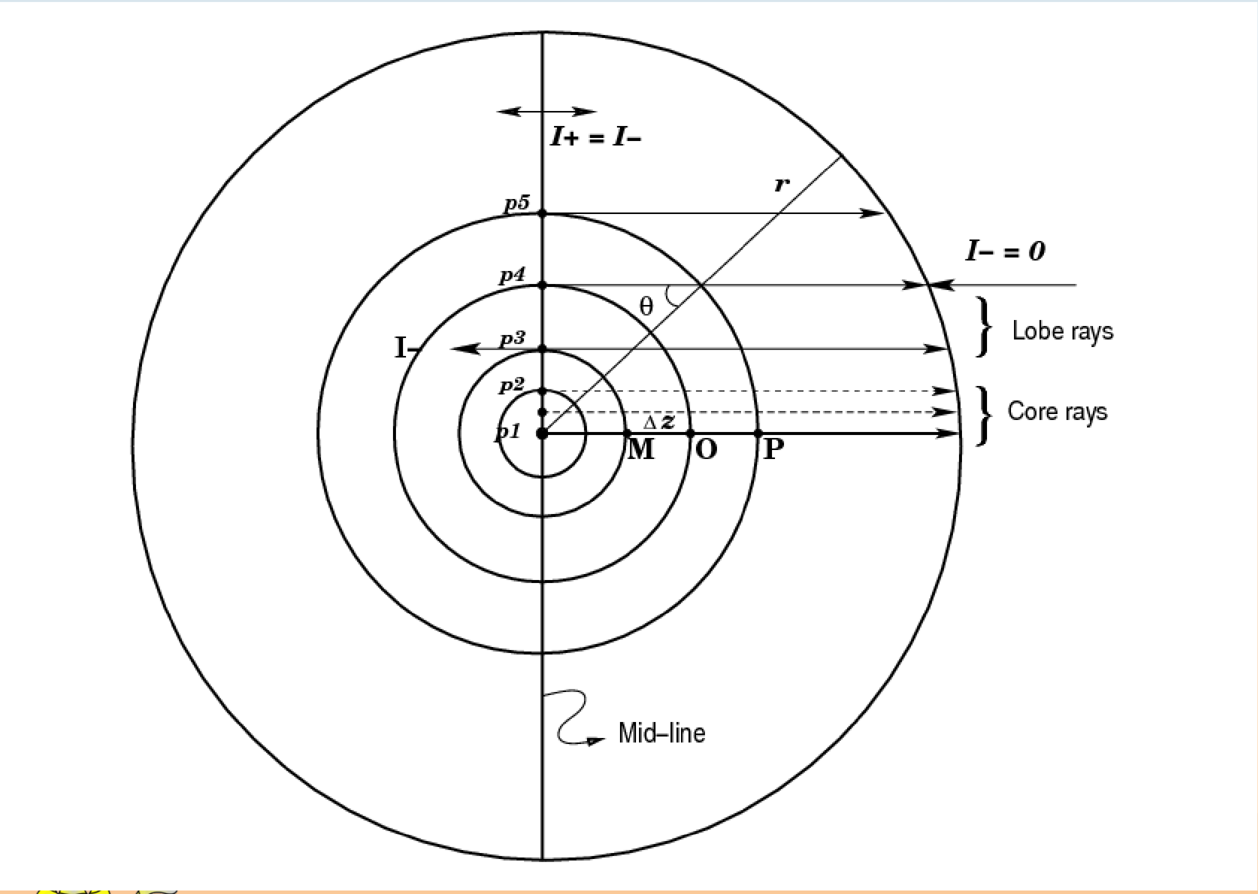
相対論的輻射輸送方程式を
マジメに解く

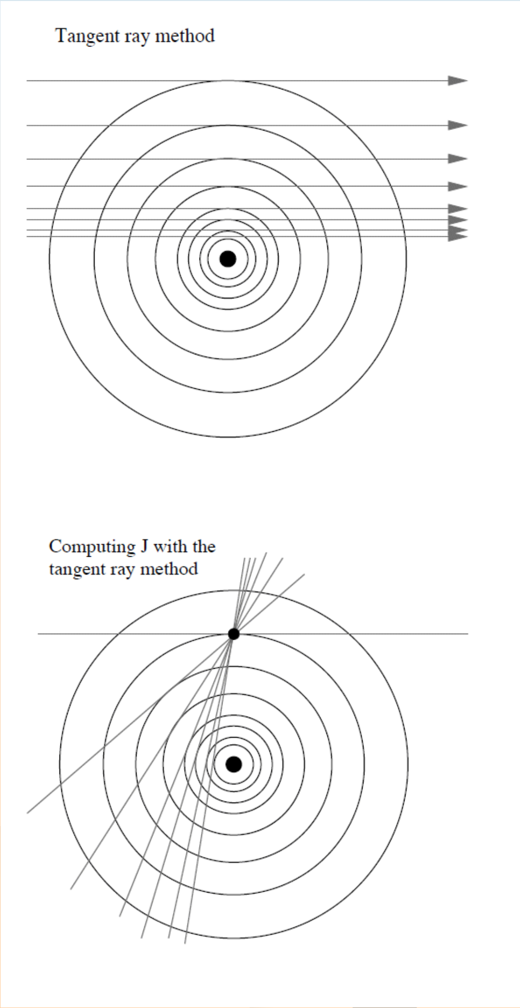
２　相対論的球対称流における相対論的輻射輸送方程式の形式解

Relativistic Formal Solutions of Relativistic Radiative Transfer Equation in Relativistic Spherical Flows

Impact Parameter Method
Tangent Ray Method

- Hummer and Rybicki 1971

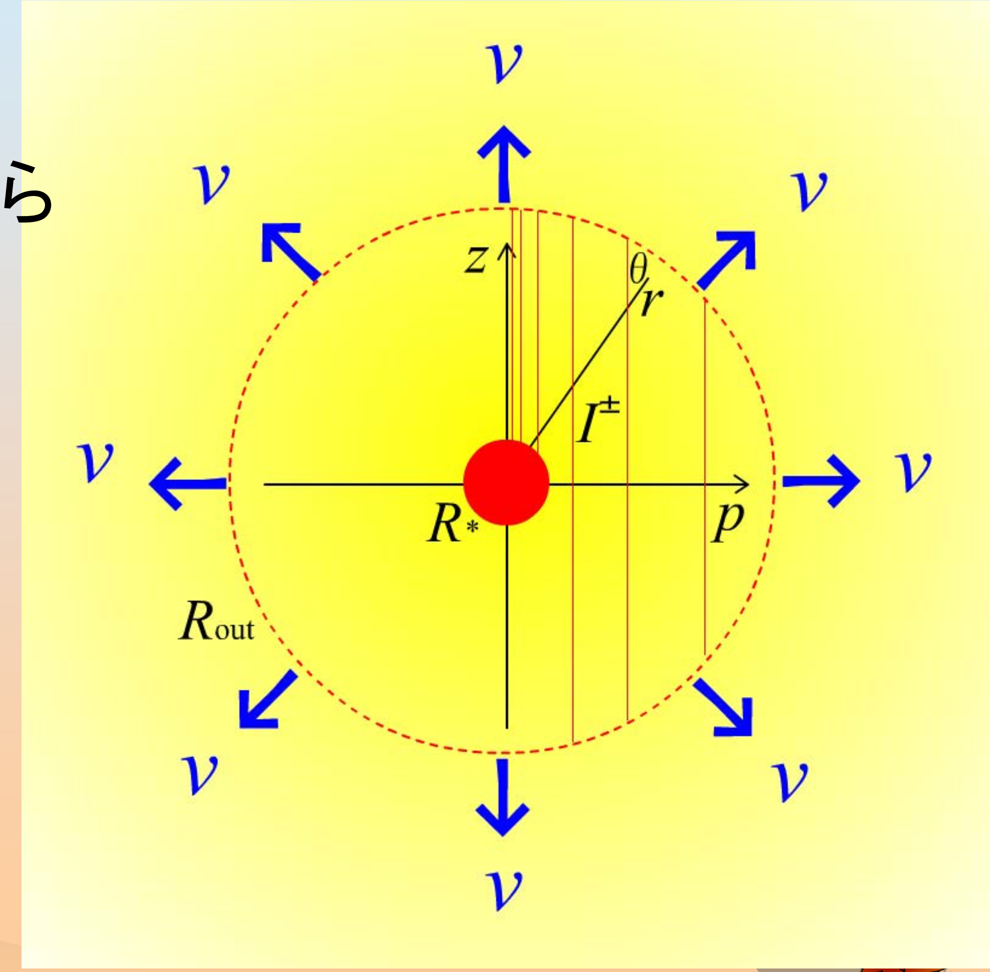




相対論的球対称流

- 定常一次元球対称流
- 速度は流体方程式から計算されたもの

- 灰色近似
- $v(r)$, $\rho(r)$, $S(r)$
- $I^+(p,z)$, $I^-(p,z)$
- $r^2=p^2+z^2$



相対論的輻射輸送方程式

- 定常、球対称、等方散乱

$$\pm\frac{\partial I^{\pm}(p,z)}{\partial z} = -\frac{(\kappa_0+\sigma_0)\rho_0}{\gamma^3(1-\boldsymbol{\beta}\cdot\boldsymbol{l})^3}\left[\gamma^4(1-\boldsymbol{\beta}\cdot\boldsymbol{l})^4 I^{\pm} - S_0\right], \quad (8)$$

where

$$S_0(r) = \frac{j_0}{4\pi}\frac{1}{\kappa_0+\sigma_0} + \frac{\sigma_0}{\kappa_0+\sigma_0}J_0$$

$$S_0 = \varepsilon_0 B_0 + (1-\varepsilon_0)J_0,$$

$$\varepsilon_0 \equiv \kappa_0/(\kappa_0+\sigma_0)$$

$$I_0 = \gamma^4(1-\boldsymbol{\beta}\cdot\boldsymbol{l})^4 I,$$

$$\boldsymbol{\beta}\cdot\boldsymbol{l} = \pm\beta(r)\cos\theta = \pm\beta(r)\frac{z}{r}$$

$$J_0 = \gamma^2\left(J - 2\beta H + \beta^2 K\right),$$

$$H_0 = \gamma^2\left[\left(1+\beta^2\right)H - \beta(J+K)\right],$$

$$K_0 = \gamma^2\left(\beta^2 J - 2\beta H + K\right),$$

$$f \equiv \frac{K_0}{J_0}.$$

相対論的形式解

- 非相対論と同様に形式的に積分

$$I^+(p,z) = e^{G(p,z_*) - G(p,z) - U(p,z_*) + U(p,z)} I^*(p,z_*)$$
$$+ \int_0^z \frac{e^{G(p,\zeta) - G(p,z) - U(p,\zeta) + U(p,z)}}{\gamma^3 \left(1 - \beta \frac{\zeta}{r}\right)^3}$$
$$\times (\kappa_0 + \sigma_0)\rho_0 S_0 d\zeta, \tag{17}$$

where $z_* \equiv \sqrt{R_*^2 - p^2}$ if the luminous core exists. On the other hand, integrating from $z_{\rm out}$ $(= \sqrt{R_{\rm out}^2 - p^2})$ to z, we have the downward intensity $I^-(p,z)$ as

$$I^-(p,z) = -\int_{z_{\rm out}}^z \frac{e^{[G(p,z) - G(p,\zeta)] + [U(p,z) - U(p,\zeta)]}}{\gamma^3 \left(1 + \beta \frac{\zeta}{r}\right)^3}$$
$$\times (\kappa_0 + \sigma_0)\rho_0 S_0 d\zeta, \tag{18}$$

相対論的流体方程式

- 定常、球対称、重力なし、ガス圧なし

$$4\pi r^2 \rho_0 \gamma v = 4\pi r^2 \rho_0 c\gamma\beta = \dot{M},$$

$$\begin{aligned} c^2 u \frac{du}{dr} &= c^2 \gamma^4 \beta \frac{d\beta}{dr} \\ &= \cancel{-\frac{d\psi}{dr}} - \gamma^2 \cancel{\frac{c^2}{\varepsilon + p}\frac{dp}{dr}} + \frac{\rho_0 c^2}{\varepsilon + p}\frac{\kappa_0 + \sigma_0}{c}\gamma 4\pi H_0, \\ &= \frac{\kappa_0 + \sigma_0}{c}\gamma 4\pi H_0, \end{aligned}$$

輻射輸送方程式（輻射場）
流体方程式（速度場）

$$\mu\frac{dI}{d\tau}=\gamma(1-\beta\mu)I-\frac{1}{\gamma^3(1-\beta\mu)^3}J_0,$$

$$\hat{r}^2\frac{\rho_0}{\rho_*}\frac{\gamma\beta}{\gamma_*\beta_*}=1,$$

$$\dot{m}\gamma^2\frac{d\beta}{d\hat{r}}=\tau_*\frac{\kappa_0+\sigma_0}{\kappa_*}\frac{\rho_0}{\rho_*}\frac{4\pi H_0}{\pi I_*}\hat{r}^2,$$

- **Cycle 0** IC: $\beta(r)$, $H_0(r)$
- **Cycle 1A** radiation I
- **Cycle 1B** velocity β
- **Cycle 2 to L** repeat

- パラメータ
  - τ_* （光学的厚み）
  - β_{out} （終端速度）
- 固有値
  - dot m （質量放出率）

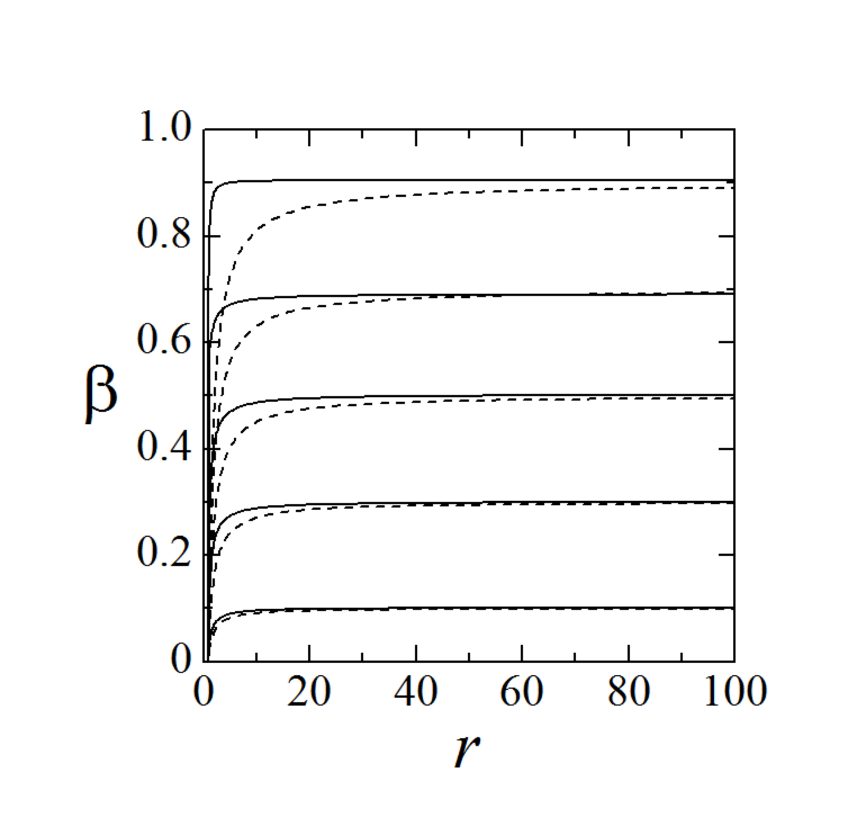
３　相対論的輻射圧駆動球対称流の完全解

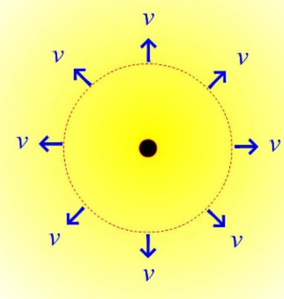
Relativistic Radiative Transfer in Relativistic Spherial Flows

速度場

- 球状光源：R^*、I^*
- 散乱のみ：$S_0=J_0$
- パラメータ
  - βout
  - $\tau^*=3$
- $R_{in}=R^*$; $R_{out}=100R^*$
- 破線：初期条件
- 実線：収束結果

コア近傍で加速





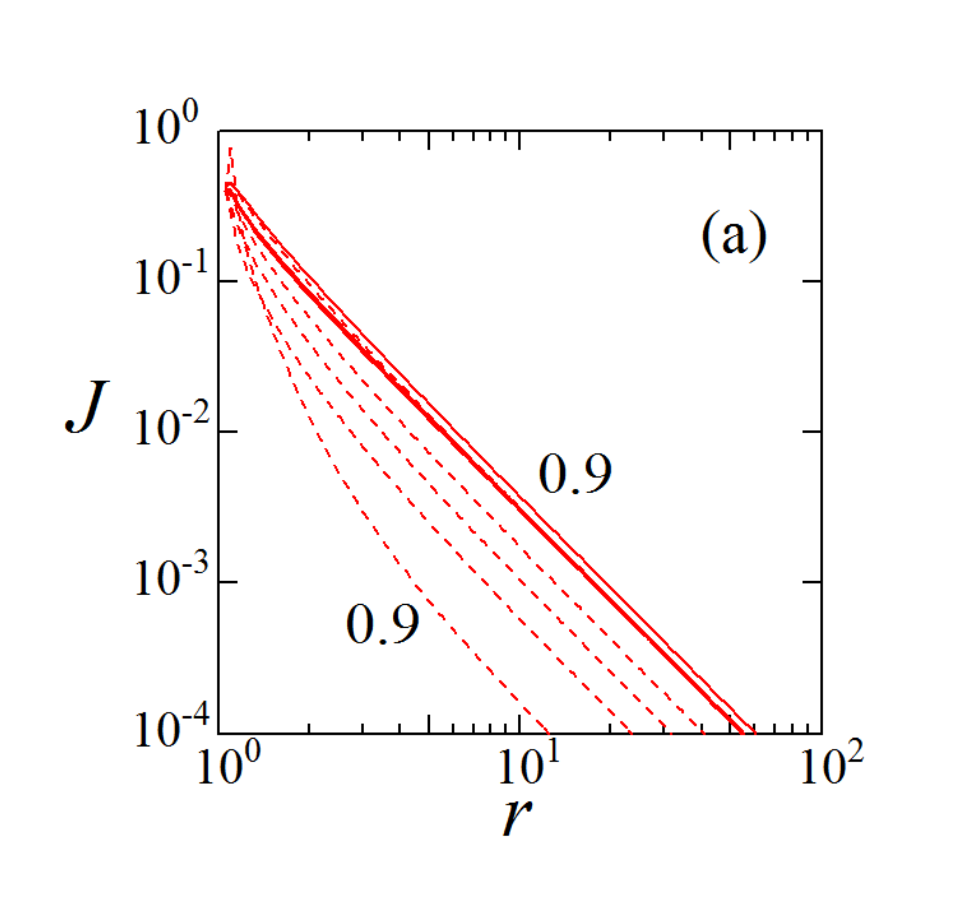
モーメント量

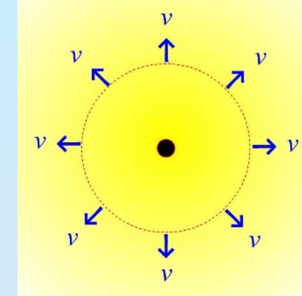
- 平均強度J（波線：共動系、実線：静止系）
- $\tau^*=3$（$R_{\mathrm{out}}=100R^*$）

- 低速

  $J \propto r^{-3} \sim r^{-2}$

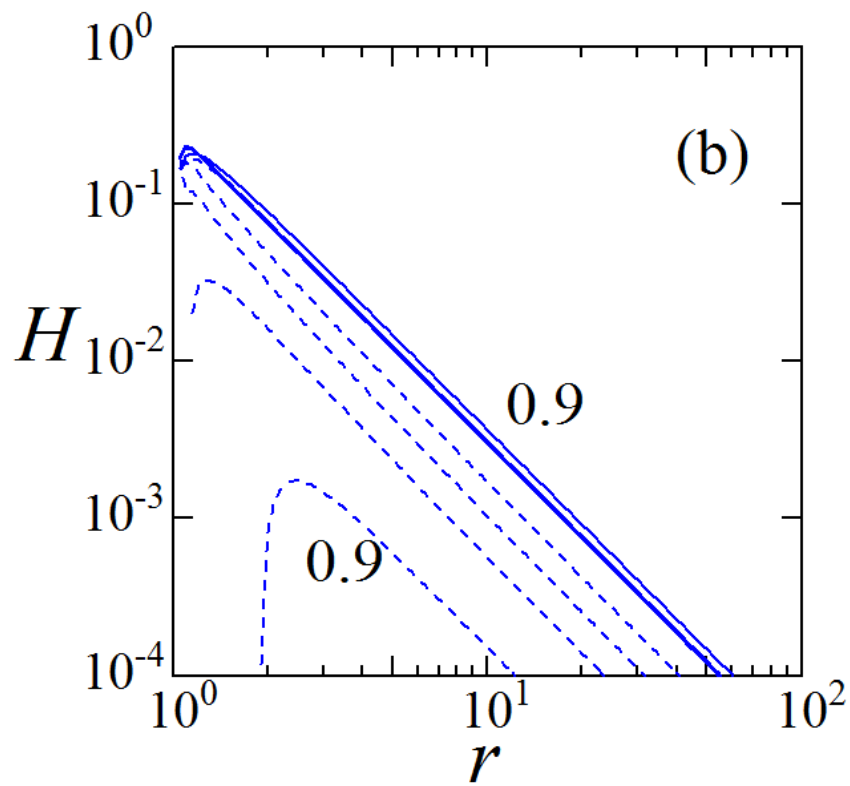
- 高速





モーメント量

- 平均流束H（波線：共動系、実線：静止系）
- $\tau^*=3$（$R_{\mathrm{out}}=100R^*$）

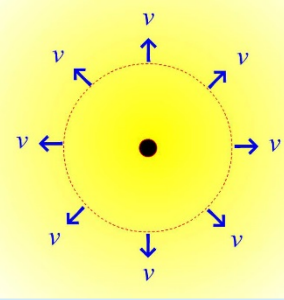


- 低速

  $H \propto r^{-2}$

- 高速
  - 輻射抵抗の効果

エディントン因子 f=K_0/J_0



- τ*=3（Rout=100R*）
- 低速

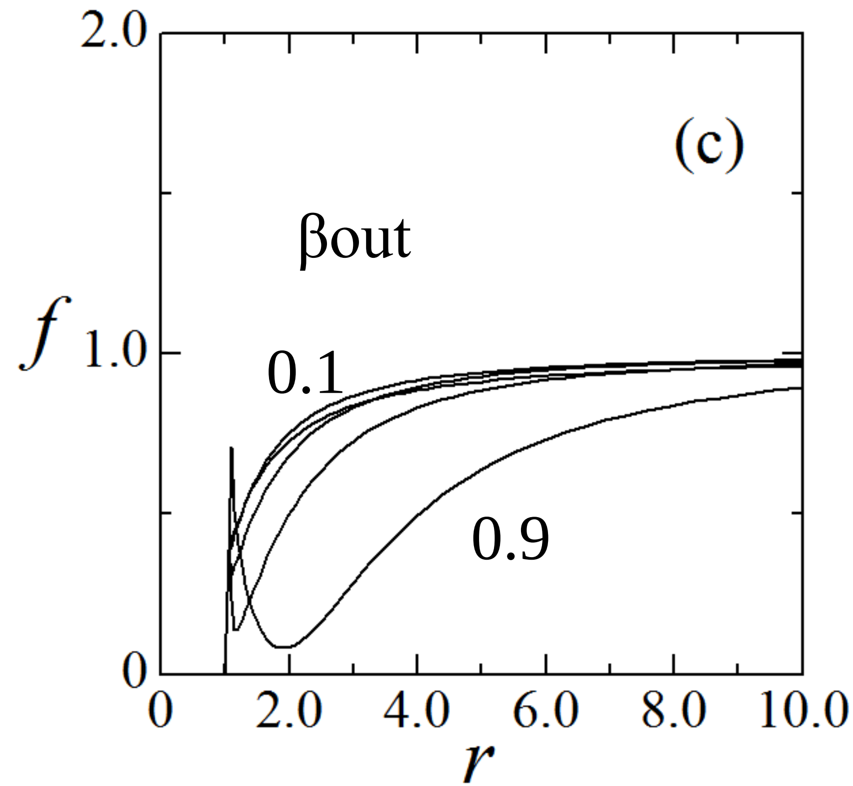
  f=1/3~1

  幾何学的効果
- 高速

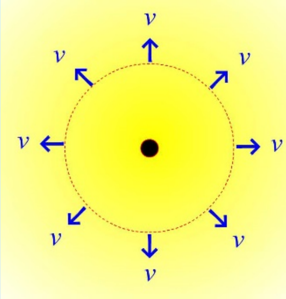
  f=1~1/3より小~1

  光行差

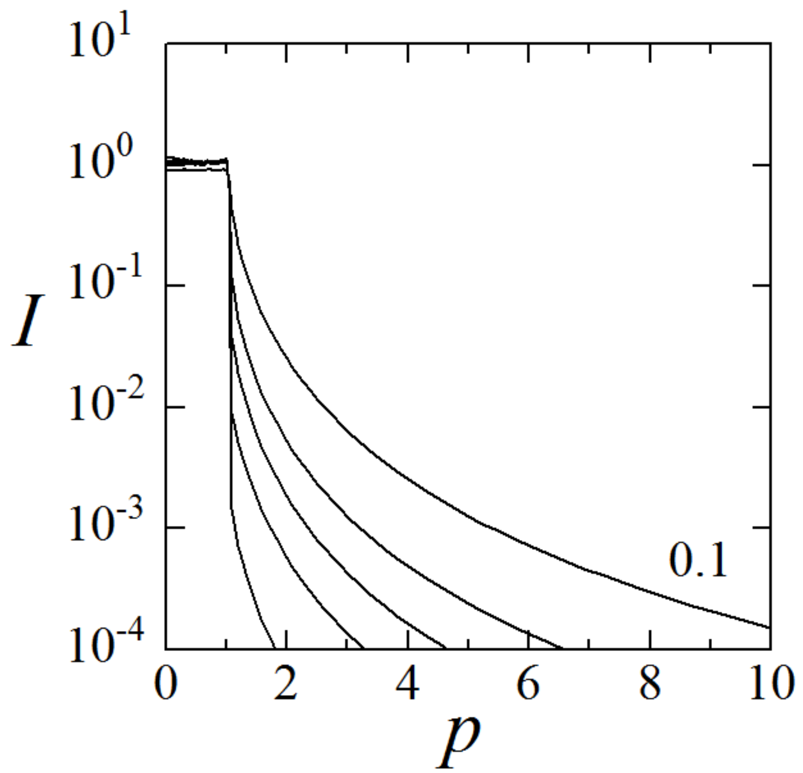
複雑な振る舞い

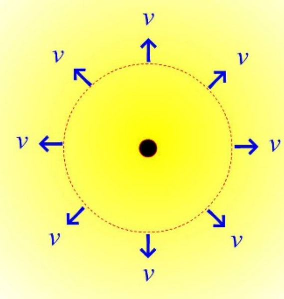


出射強度★



- 表面輝度$I^{+}(p, z_{out})$・・・輻射輸送を解かないとわからない
- $\tau^{*}=3(R_{out}=100R^{*})$
- 低速
  コア~エンベロープ
- 高速
  希薄化





物理量の関係

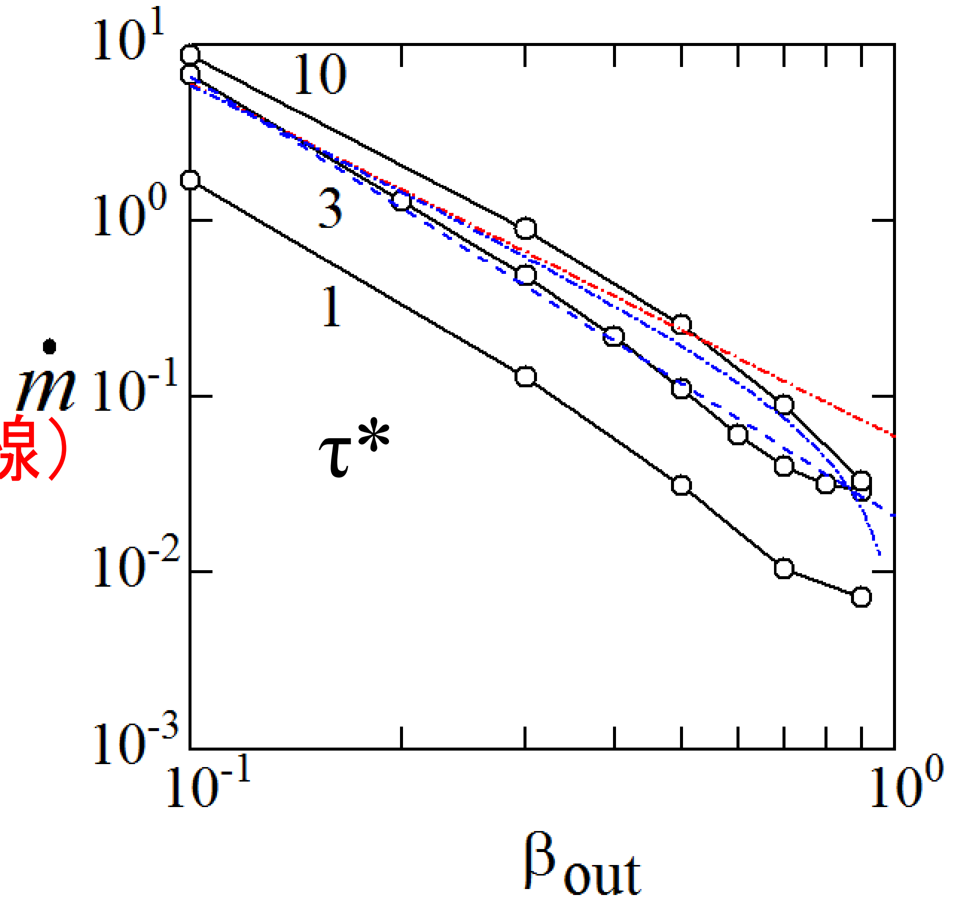
- 数値計算(○―○)
- フィット式(破線)

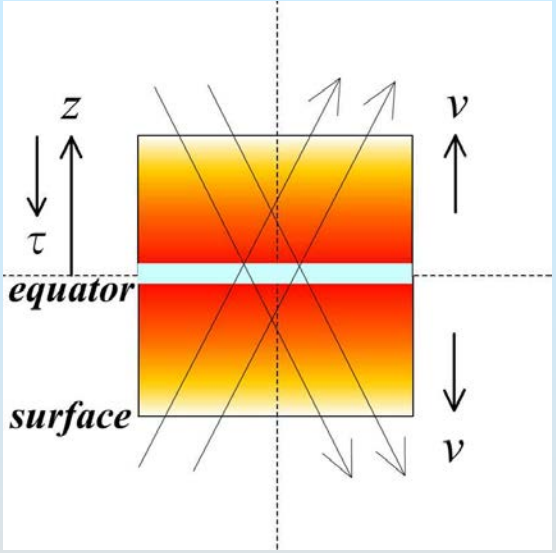
$$\dot{m} = \tau_* \beta_* \beta_{\mathrm{out}}^{-5/2}$$

- 封筒裏計算(一点鎖線)

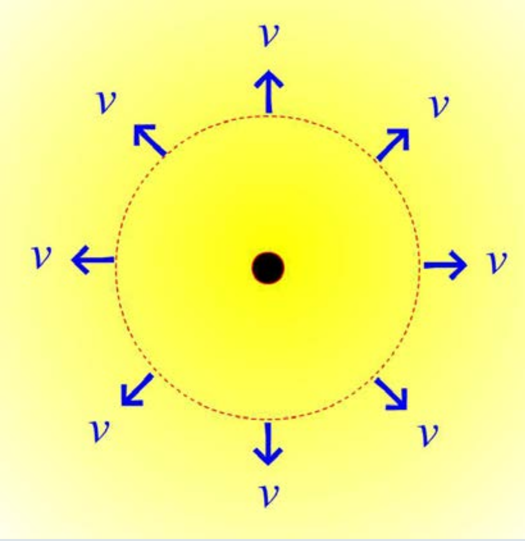
$$\dot{m} = \tau_* \beta_* \beta_{\mathrm{out}}^{-2}$$

$$\dot{m} = \tau_* \gamma_* \beta_* / (\gamma_{\mathrm{out}} - 1)$$





４　次の課題



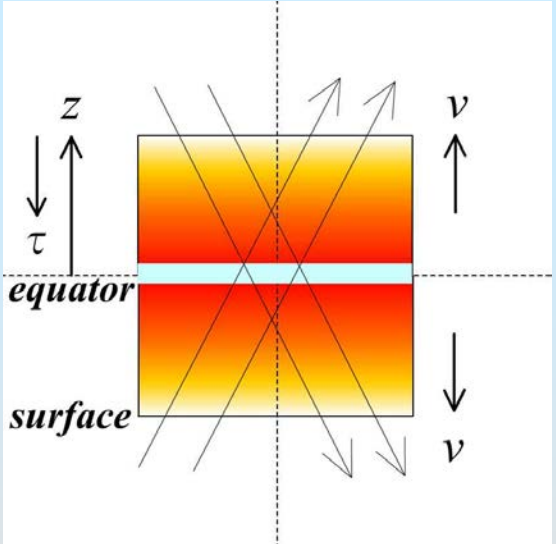
- 相対論的平行平板流の相対論的形式解の導出
  - 速度場を与えて相対論的輻射輸送を解く

    Fukue 2014
  - 速度場と輻射場を同時に解く

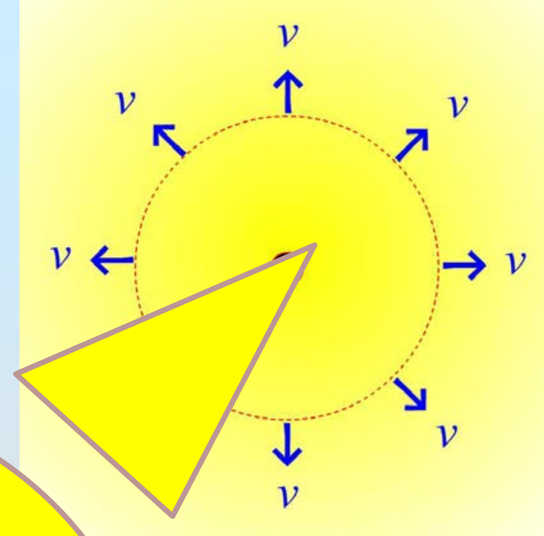
    Fukue 2015
- 相対論的球対称流の相対論的形式解の導出
  - 速度場を与えて相対論的輻射輸送を解く

    Fukue 2017a
  - 速度場と輻射場を同時に解く

    Fukue 2017?



4 次の課題



重力場を入れた
輻射圧駆動
球対称風
球対称降着
降着円盤風

- 相対論的平行平板 … 称流の
  の相対論的 … 式解 … 解の …
  導出
  - 速度場を与えて相対 … 的輻射輸送を解く

    Fukue 2014
  - 速度場と輻射 … 同時に解く

    Fukue 2015
  - … えて相対論 … 送を解く

    … ue 2017
  - 速度場と輻射 … 同時 … 解く

    Fukue 2017?

今後の課題

- 精度の問題
  - 光学的厚み:対数メッシュ
  - 角度方向:光行差の問題
- 球対称風、降着
  - 重力場←イマココ
  - ガス圧
- 振動数依存性→スペクトル