



輻射輸送・輻射流体の定式化

Radiative Transfer and Radiation Hydrodynamics Moment Formalism

福江 純 @ 大阪教育大学





目次

- 1 準備
 1. 平均自由行程
 2. 光学的厚み
- 2 輻射輸送・輻射流体の定式化
 1. ボルツマン方程式と輻射輸送方程式
 2. 流体力学方程式と輻射モーメント方程式
- 3 クロージャー関係式
 1. エディントン近似と拡散近似
 2. 変動エディントン近似と流束制限拡散近似FLD
- 4 相対論的輻射輸送・輻射流体の定式化
 1. ガス系の方程式
 2. 輻射系の方程式
 3. クロージャー関係式と問題点
- 5 相対論的輻射輸送の形式解
- 6 今後の課題⁷

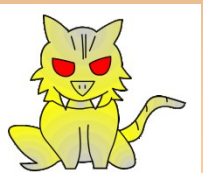




輻射輸送・輻射流体の定式化

1 準備

Radiative Transfer
1 Preparation





平均自由行程 1

- ❁ “光(光線)は直進する”と習うが、これは**ウソ**である。
- ❁ 晴れた日には数km先まで見えるが靄が濃いときには1m先ぐらいまでしか見えないこともある。星間空間では何万光年も彼方の星が見えるが、太陽内部では**0.5cm**先ぐらいまでしか見えない。
- ❁ **平均自由行程 (mean free path)**: 物質に邪魔されずに光が進める距離。間にある物質の量や状態で変わる
- ❁ 粒子(物質)と光子からなる世の中では**“光線は平均自由行程だけ直進する”**

大阪教育大から眺めた大阪市内

晴れた日



雨の日



黄砂の日





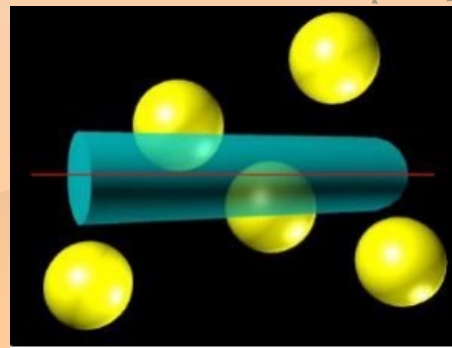
平均自由行程2

- 光の平均自由行程 λ は、ガス密度 ρ と(他の全部の要素を含む)不透明度 κ の積に反比例する:

$$\lambda = \frac{1}{\kappa\rho}$$

- 平均自由行程 λ はもちろん[cm]の単位をもつ。
- たとえば、太陽内部では、密度は平均的に 1g/cm^3 程度で、不透明度は $1\text{cm}^2/\text{g}$ 程度なので、平均自由行程は1cmのオーダーになる。
- ガス粒子の個数密度 n と衝突断面積 σ でも表せる:

$$\lambda = \frac{1}{n\sigma}$$





光学的深さ1

- ❁ 光子の輸送という観点から、光が感じる“距離”として、実距離の代わりに、
「**光学的深さ(optical depth) / 光学的厚み(optical thickness)**」を使う。
- ❁ 光が通過した実距離 ds と物質密度 ρ と不透明度 κ を用いると、光学的深さ $d\tau$ は、以下のように定義される:

$$d\tau = \kappa\rho ds, \quad \tau = \int \kappa\rho ds$$

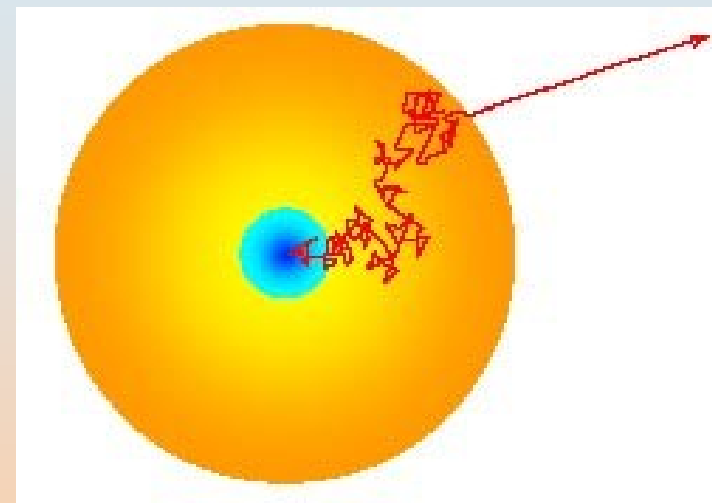
- ❁ 光学的深さの単位は**無次元**である。
- ❁ 平均自由行程との関連で言えば、
光学的深さが1になる距離が平均自由行程に他ならない。





光学的深さ2

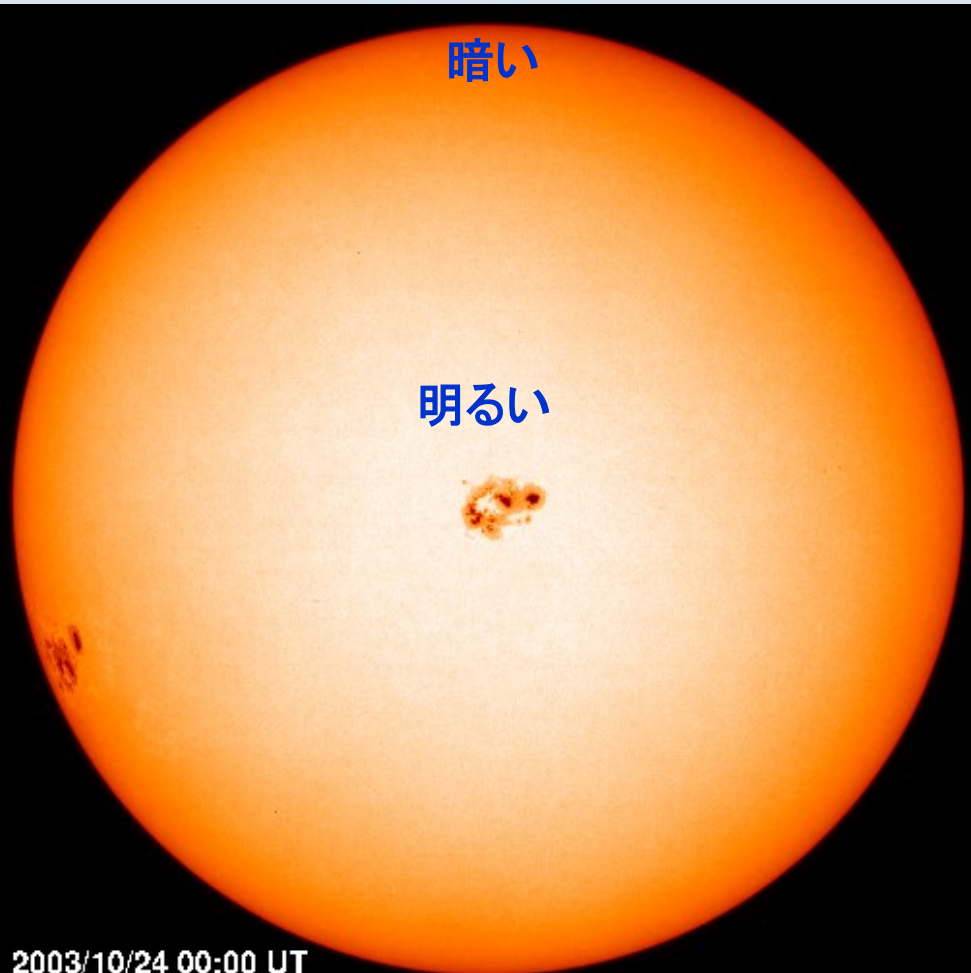
- ❁ 太陽半径70万kmは太陽内部の平均自由行程0.5cmの約 10^{11} 倍なので、太陽表面から中心までの光学的深さも 10^{11} ほどになる。
- ❁ N 回のランダムウォークで進む距離は、平均自由行程の \sqrt{N} 倍程度なので、太陽半径進むには、 $N=(10^{11})^2=10^{22}$ となり、道のりにして、 10^{22} cmぐらいになるので、光速で 10^4 年かかる。



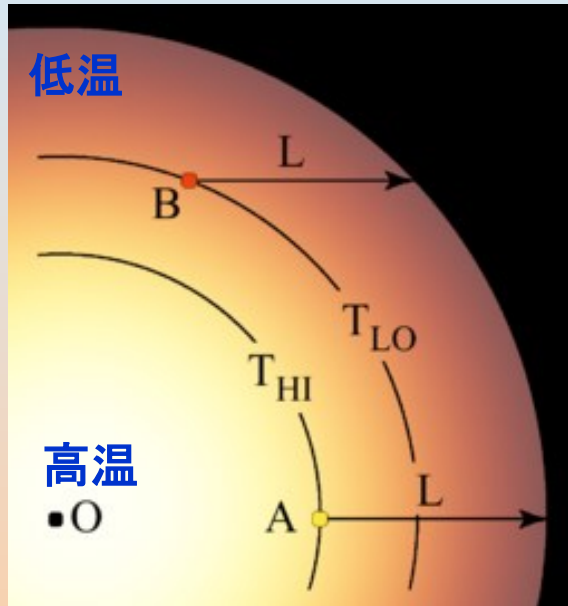


太陽の周縁減光効果

❁ 太陽の正面写真



❁ 太陽の断面図

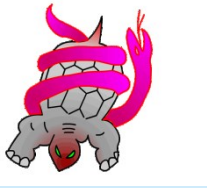


周縁部
浅い場所
低温
暗い

中央部
深い場所
高温
明るい

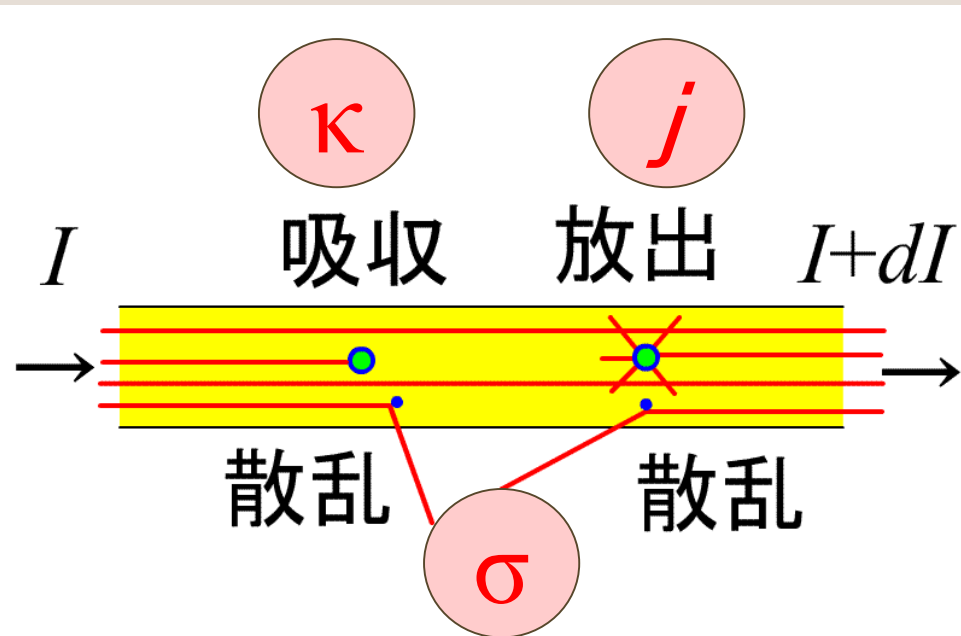
❁ どこを視ているのか





吸収と散乱

- 平均自由行程進むと、物質粒子によって**吸収 (absorption)** や **散乱 (scattering)** を受ける。
- 吸収は光子を破壊し、再放出する→局所熱平衡に近づける
- 散乱(トムソン散乱)は光子の方向のみ変える→等方化作用



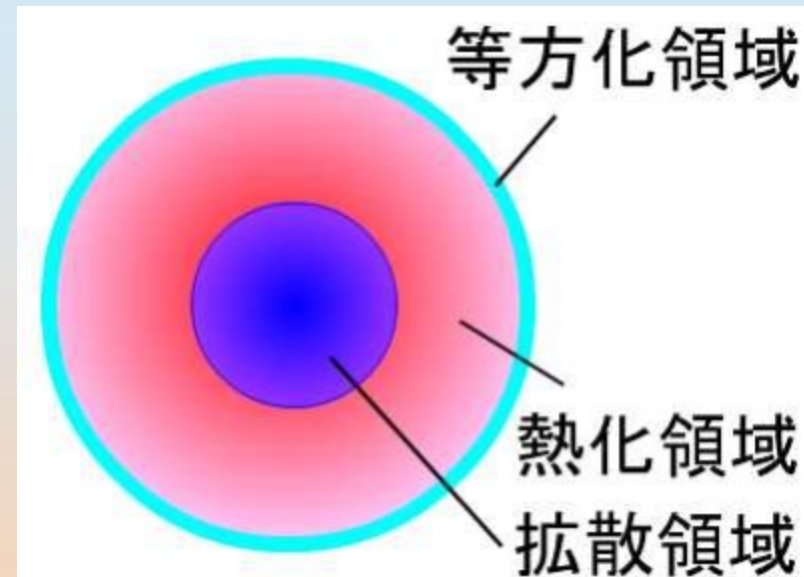
$$2019/8 \frac{dI}{ds} = (j/4\pi) \rho ds - (\kappa + \sigma) \rho I ds + \sigma \rho (cE/4\pi) ds$$





拡散領域－自由流領域 1

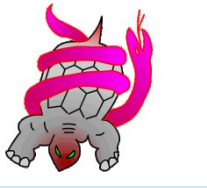
- ❁ **拡散領域**:十分に光学的に厚い内部領域では、ガスと輻射はほぼ完全に**局所熱平衡 (LTE)**になっており、輻射場は黒体放射で、拡散近似が成り立っている。
- ❁ 局所的には拡散は等方的に起こるが、大局的には光子密度の負の勾配方向へ起こる。
- ❁ **熱化領域**:その周辺では、ガスと輻射は近似的に熱平衡で、拡散近似も少し悪くなる。



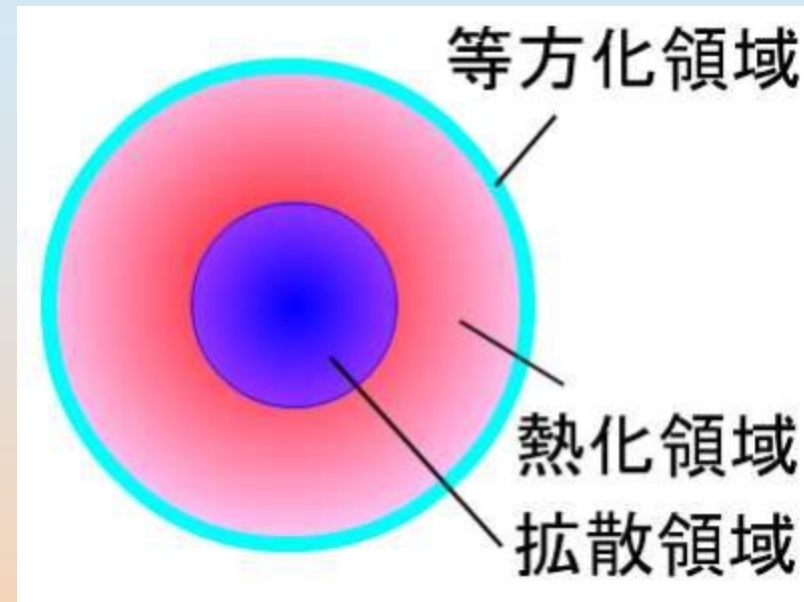
$$F^i = -\frac{1}{\kappa\rho} \nabla P^{ik}$$



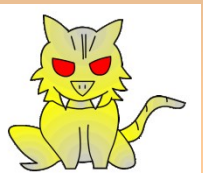
拡散領域－自由流領域2



- ❁ **等方化領域**: 光学的厚みが1 (平均自由行程) 程度の表面境界層では、拡散近似は破れ、輻射場は黒体放射ではなくなる。ただし、散乱などによって輻射場は簡単に等方的になるので、この境界層でもエディントン近似は成り立っている。
- ❁ **ダイナミクス**は中心部分が左右するが、**スペクトル**は表面部分が決める。



$$P^{ik} = \frac{\delta^{ik}}{3} E$$



拡散領域－自由流領域3

- 自由流領域: 光学的に薄くなると、たとえば、太陽表面付近から惑星間空間のような平均自由行程が十分に長い領域では、光子は吸収も散乱もほとんど受けずに、光源から反対方向へ向けて、“自由流”として直進する。

$$F = cE = cP$$





輻射場の物理量 1 physics/frequency-dependent

光子の流れ(輻射)は、エネルギーと運動量を運び、周辺のガスに圧力(応力)を及ぼす。

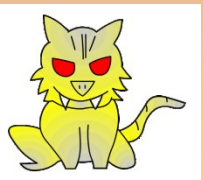
輻射強度 $I_\nu(\mathbf{r}, t, \mu)$ [erg/s/cm²/sr/Hz]: 単位時間単位面積あたりに単位立体角方向へ輻射が運ぶエネルギー

輻射エネルギー密度 $E_\nu(\mathbf{r}, t)$ [erg/cm³/Hz]: 単位体積あたりの輻射のエネルギー

輻射流束 $F_\nu(\mathbf{r}, t)$ [erg/s/cm²/Hz] = $c \times$ [erg/cm³/Hz]: 単位時間単位面積あたりに輻射が運ぶエネルギー

輻射圧 $P_\nu(\mathbf{r}, t)$ [dyn/cm²/Hz] = [erg/cm³/Hz]: 単位面積あたりの輻射の力

$$\begin{aligned}
 E_\nu &\equiv \frac{1}{c} \int I_\nu d\Omega, & E &\equiv \int E_\nu d\nu, \\
 \mathbf{F}_\nu &\equiv \int I_\nu \mathbf{l} d\Omega, & \mathbf{F} &\equiv \int \mathbf{F}_\nu d\nu, \\
 P_\nu^{ij} &\equiv \frac{1}{c} \int I_\nu l^i l^j d\Omega, & P^{ij} &\equiv \int P_\nu^{ij} d\nu,
 \end{aligned}$$





輻射場の物理量1 physics/frequency-integrated

光子の流れ(輻射)は、エネルギーと運動量を運び、周辺のガスに圧力(応力)を及ぼす。

輻射強度 $I(r, t, \mu)$ [erg/s/cm²/sr]: 単位時間単位面積あたりに単位立体角方向へ輻射が運ぶエネルギー

輻射エネルギー密度 $E(r, t)$ [erg/cm³]: 単位体積あたりの輻射のエネルギー

輻射流束 $F(r, t)$ [erg/s/cm²] = $c \times$ [erg/cm³]: 単位時間単位面積あたりに輻射が運ぶエネルギー

輻射圧 $P(r, t)$ [dyn/cm²] = [erg/cm³]: 単位面積あたりの輻射の力

利点: エネルギーなど
物理量として理解しや
すく扱いやすい

$$\begin{aligned} E_\nu &\equiv \frac{1}{c} \int I_\nu d\Omega, \\ \mathbf{F}_\nu &\equiv \int I_\nu \mathbf{l} d\Omega, \\ P_\nu^{ij} &\equiv \frac{1}{c} \int I_\nu l^i l^j d\Omega, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E &\equiv \int E_\nu d\nu, \\ \mathbf{F} &\equiv \int \mathbf{F}_\nu d\nu, \\ P^{ij} &\equiv \int P_\nu^{ij} d\nu, \end{aligned}$$



輻射場の物理量 1 astronomy/frequency-dependent

光子の流れ(輻射)は強く非等方でないとして、等方性からのずれの成分で展開する。

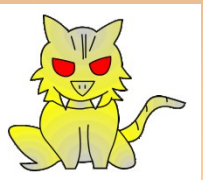
輻射強度 $I_\nu(r, t, \mu)$ [erg/s/cm²/sr/Hz]: 単位時間単位面積あたりに単位立体角方向へ輻射が運ぶエネルギー

平均強度 $J_\nu(r, t)$ [erg/s/cm²/sr/Hz]: 輻射強度を角度方向で平均した等方成分

エディントン流束 $H_\nu(r, t)$ [erg/s/cm²/sr/Hz]: 等方性からのずれの単位立体角あたりの値

K積分 $K_\nu(r, t)$ [erg/s/cm²/sr/Hz]: 等方性からのずれの、さらに高次の成分

$$\begin{aligned}
 J_\nu &\equiv \frac{1}{4\pi} \int I_\nu d\Omega, & J &\equiv \int J_\nu d\nu, \\
 H_\nu &\equiv \frac{1}{4\pi} \int I_\nu \mu d\Omega, & H &\equiv \int H_\nu d\nu, \\
 K_\nu^{ij} &\equiv \frac{1}{4\pi} \int I_\nu \mu^i \mu^j d\Omega, & K^{ij} &\equiv \int K_\nu^{ij} d\nu,
 \end{aligned}$$





輻射場の物理量 1 astronomy/frequency-integrated

光子の流れ(輻射)は強く非等方でないとして、等方性からのずれの成分で展開する。

輻射強度 $I(r, t, \mu)$ [erg/s/cm²/sr]: 単位時間単位面積あたりに単位立体角方向へ輻射が運ぶエネルギー

平均強度 $J(r, t)$ [erg/s/cm²/sr]: 輻射強度を角度方向で平均した等方成分

エディントン流束 $H(r, t)$ [erg/s/cm²/sr]: 等方性からのずれの単位立体角あたりの値

K積分 $K(r, t)$ [erg/s/cm²/sr]: 等方性からのずれの、さらに高次の成分

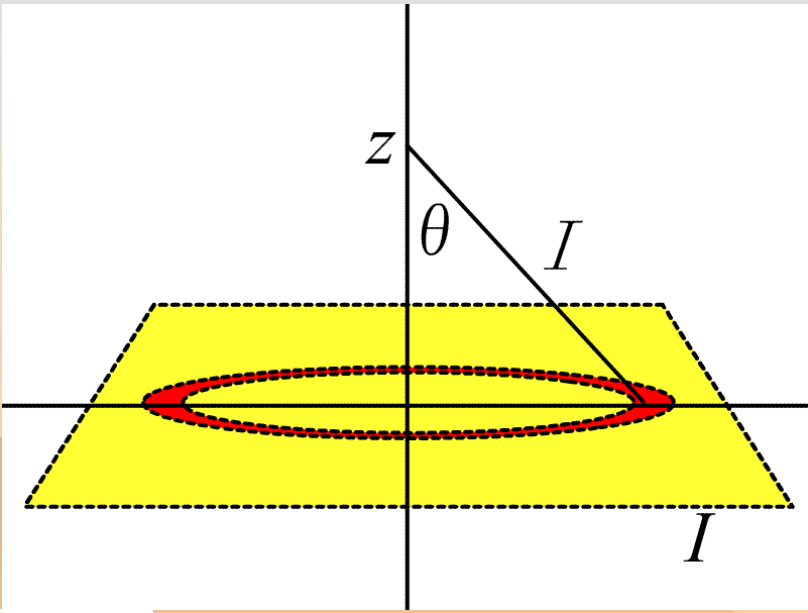
利点: どの量も次元が同じなので、操作しやすく、式も簡単になる

$$\begin{aligned}
 J_\nu &\equiv \frac{1}{4\pi} \int I_\nu d\Omega, & J &\equiv \int J_\nu d\nu, \\
 H_\nu &\equiv \frac{1}{4\pi} \int I_\nu l d\Omega, & H &\equiv \int H_\nu d\nu, \\
 K_\nu^{ij} &\equiv \frac{1}{4\pi} \int I_\nu l^i l^j d\Omega, & K^{ij} &\equiv \int K_\nu^{ij} d\nu,
 \end{aligned}$$



無限平面上空の輻射場

無限に広がる平面光源



plane - parallel

$$cE = \frac{1}{c} \int I d\Omega = 2\pi I$$

$$F = \frac{1}{c} \int I \cos \theta d\Omega = \pi I$$

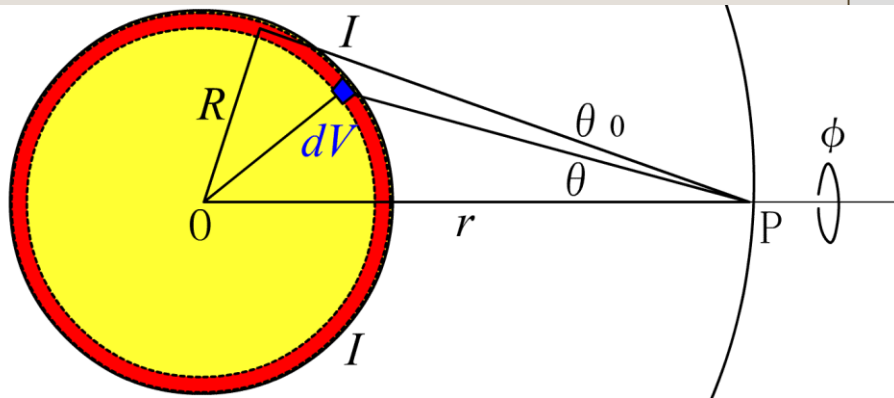
$$cP = \frac{1}{c} \int I \cos^2 \theta d\Omega = \frac{2}{3} \pi I$$





球状光源近傍の輻射場

球状の光源



spherical

$$cE = \frac{1}{c} \int I d\Omega$$

$$= 2\pi I (1 - \cos \theta_0)$$

$$F^r = \frac{1}{c} \int I \cos \theta d\Omega$$

$$= \pi I \sin^2 \theta_0$$

$$cP^{rr} = \frac{1}{c} \int I \cos^2 \theta d\Omega$$

$$= \frac{2}{3} \pi I (1 - \cos^3 \theta_0)$$





輻射輸送・輻射流体の定式化

2 輻射輸送方程式と モーメント方程式

Radiative Transfer

2 Radiative Transfer Equation and Moment Equations

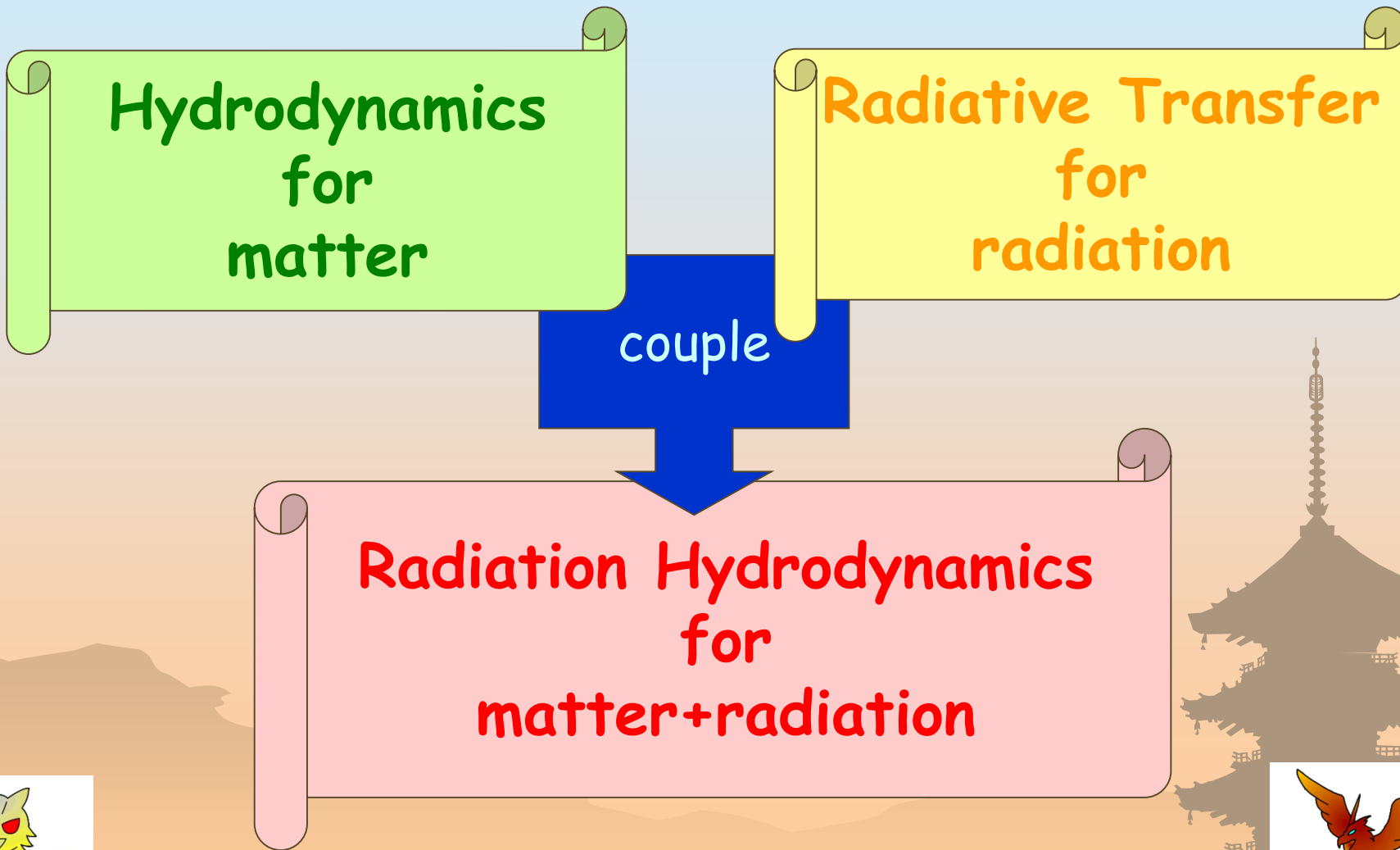




1.

RHD

Radiation Hydrodynamics





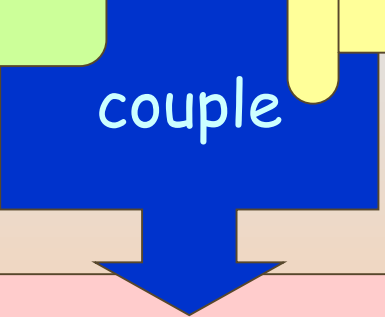
1. RHD Radiation Hydrodynamics

Hydrodynamics
for

気体 (gas) の力学

Radiative Transfer
for

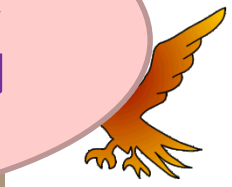
ガス中における光子流の伝わり方を調べる



Radiation Hydrodynamics
for
matter+radiation

ガスの力学と光子流の伝わり方を同時に調べる

(相対論的効果まで考慮して、)ガスの力学と光子流の伝わり方を同時に調べる





1. RHD Fundamental Equation

**Boltzmann equation
for matter**

**Transfer equation
for radiation**

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \mathbf{v} \frac{\partial f}{\partial \mathbf{r}} + \mathbf{a} \frac{\partial f}{\partial \mathbf{v}} = \frac{\delta f}{\delta t}$$

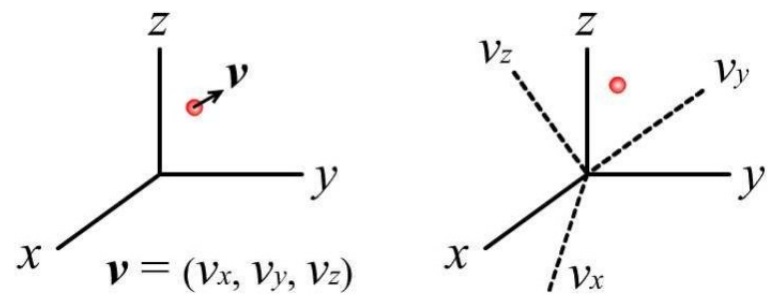
$f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)$: distribution function
 \mathbf{r} : position
 \mathbf{v} : velocity
 t : time

$$\frac{1}{c} \frac{\partial I_\nu}{\partial t} + (\mathbf{l} \cdot \nabla) I_\nu = \frac{1}{4\pi} \rho j_\nu - \rho \kappa_\nu I_\nu - \rho \sigma_\nu \int \phi_\nu I_\nu d\Omega' + \rho \sigma_\nu \int \phi_\nu I'_\nu d\Omega'$$

$I_\nu(\mathbf{r}, \mathbf{l}, t, \nu)$: radiation intensity
 \mathbf{r} : position
 \mathbf{l} : direction cosine
 t : time
 ν : frequency



fundamental Equation



**Boltzmann equation
for matter**

**Transfer equation
for radiation**

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \mathbf{v} \frac{\partial f}{\partial \mathbf{r}} + \mathbf{a} \frac{\partial f}{\partial \mathbf{v}} = \frac{\delta f}{\delta t}$$

$f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)$: distribution function

\mathbf{r} : position

\mathbf{v} : velocity

t : time

6N次元位相空間中における粒子の分布関数 $f(r, v, t)$ の振る舞いを記述する原理方程式

2019/8/17

$$\frac{1}{c} \frac{\partial I_\nu}{\partial t} + (\mathbf{l} \cdot \nabla) I_\nu = \frac{1}{4\pi} \rho j_\nu - \rho \kappa_\nu I_\nu - \rho \sigma_\nu \int \phi_\nu I_\nu d\Omega' + \rho \sigma_\nu \int \phi_\nu I'_\nu d\Omega'$$

$I_\nu(\mathbf{r}, \mathbf{l}, t, \nu)$: radiation intensity

\mathbf{r} : position

\mathbf{l} : direction

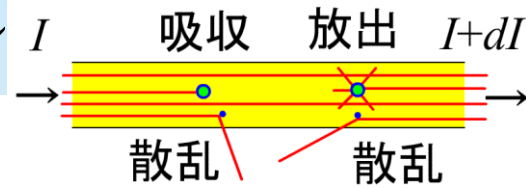
t : time

ν : frequency

座標・方向空間中における光子の強度 $I(r, l, t)$ の振る舞いを記述する原理方程式



1. RHD Transfer Equa



$$\frac{1}{c} \frac{\partial I_\nu(\mathbf{l})}{\partial t} + (\mathbf{l} \cdot \nabla) I_\nu(\mathbf{l}) = \frac{1}{4\pi} \rho j_\nu - \rho \kappa_\nu^{\text{abs}} I_\nu(\mathbf{l})$$

$$dI = (j/4\pi) \rho ds - (\kappa + \sigma) \rho I ds + \sigma \rho (cE/4\pi) ds$$

$$- \rho \kappa_\nu^{\text{sca}} \int \phi_\nu(\mathbf{l}, \mathbf{l}') I_\nu(\mathbf{l}) d\Omega' + \rho \kappa_\nu^{\text{sca}} \int \phi_\nu(\mathbf{l}, \mathbf{l}') I_\nu(\mathbf{l}') d\Omega', \quad (\text{D.6})$$

- ❁ 原理的には、輻射輸送方程式を解けば、輻射輸送の問題はまぎれなく解けることになる。
- ❁ ただし、7つの独立変数 (r, l, t) をもった偏微分積分方程式である。 **こんなの解きたくない!**
- ❁ 相対論的流れ: (座標) 静止系 / 実験室系 と (流体) 静止系 / 共動系 を区別しなければならない。





Moment Formalism physics

Moment quantities for matter

Moment quantities for radiation

density

$$\rho = \int f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) dv_x dv_y dv_z$$

bulk velocity

$$\rho u^i = \int v^i f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) dv_x dv_y dv_z$$

pressure stress tensor

$$p^{ij} = \int (v^i - u^i)(v^j - u^j) f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) dv_x dv_y dv_z$$

frequency - integrated radiation energy density

$$cE = \int I d\Omega$$

radiative flux

$$F^i = \int Il^i d\Omega$$

radiation stress tensor

$$cP^{ik} = \int Il^i l^k d\Omega$$

流体のモーメント量(ガス密度、平均速度ベクトル、圧カストレステンソル)と
 輻射のモーメント量(輻射エネルギー密度、輻射流束ベクトル、輻射応力テンソル)



Moment Formalism_{physics}

Moment equations for matter

continuity equation

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x^k} (\rho v^k) = 0$$

momentum equation

$$\frac{\partial v^i}{\partial t} + v^k \frac{\partial}{\partial x^k} v^i = - \frac{\partial \psi}{\partial x^i} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x^i} + \frac{\kappa_F}{c} F^i$$

energy equation

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + v^k \frac{\partial}{\partial x^k} \right) e + \frac{p}{\rho} \frac{\partial v^k}{\partial x^k} = \frac{1}{\rho} q^+ - j + c \kappa_E E$$

2019/8/17

Moment equations for radiation

frequency - integrated

0th moment

$$\frac{\partial E}{\partial t} + \frac{\partial F^k}{\partial x^k} = \rho (j - c \kappa_E E)$$

1st moment

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial F^i}{\partial t} + \frac{\partial P^{ik}}{\partial x^k} = - \frac{1}{c} \rho \kappa_F F^i$$



Moment Formalism astronomy

Moment equations for radiation

$$J = \frac{cE}{4\pi}$$

$$H^i = \frac{F^i}{4\pi}$$

$$K^{ik} = \frac{cP^{ik}}{4\pi}$$

frequency - integrated

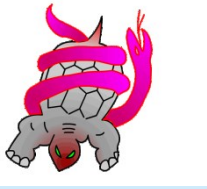
0th moment

$$\frac{\partial J}{c\partial t} + \frac{\partial H^k}{\partial x^k} = \rho\left(\frac{j}{4\pi} - \kappa_J J\right)$$

1st moment

$$\frac{\partial H^i}{c\partial t} + \frac{\partial K^{ik}}{\partial x^k} = -\rho(\kappa_H + \sigma_H)H^i$$

Moment Formalism astronomy



frequency - integrated

$$\frac{\partial I}{c\partial t} + l^k \partial_k I = \rho \frac{j}{4\pi} - \rho \kappa I - \rho \sigma I + \rho \alpha J$$

0th moment

$$\frac{\partial J}{c\partial t} + \frac{\partial H^k}{\partial x^k} = \rho \left(\frac{j}{4\pi} - \kappa_J J \right)$$

1st moment

$$\frac{\partial H^i}{c\partial t} + \frac{\partial K^{ik}}{\partial x^k} = -\rho (\kappa_H + \sigma_H) H^i$$

2nd moment

$$\frac{\partial K^{ij}}{c\partial t} + \frac{\partial L^{ijk}}{\partial x^k} = \dots$$





Moment Formalism

Mom

Equations

モーメント定式化は無限連鎖方程式系なので、有限の次数の範囲では、方程式の数よりも変数の方が多い。方程式を閉じさせるためには、変数の間になんらかの関係式—**クロージャー関係式**—が必要になる。

ガス系: 衝突時間が系の変化時間より十分に短い～**チャップマン—エンスコグ近似**(1917年)

光子ガス系: **拡散近似**、**エディントン近似**(1926年)、**流束制限拡散近似**(1981年)、**変動エディントン近似**(1975年)

↓ 光学的厚みが1程度の領域や相対論的領域で容易に破綻してしまう

↓ **(相対論的) 輻射流体力学の定式化が不完全なる所以**

$\frac{\partial}{\partial t}$
energy

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + v^k \frac{\partial}{\partial x^k} \right) e + \rho \frac{\partial \alpha}{\partial x^k}$$

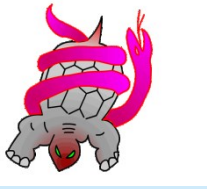


輻射輸送・輻射流体の定式化

3 クロージャー関係式

Radiative Transfer
3 Closure Relation





モーメント定式化

$$\frac{\partial E_\nu}{\partial t} + \frac{\partial F_\nu^k}{\partial x^k} = \rho (j_\nu - c\kappa_\nu^{\text{abs}} E_\nu), \quad \frac{\partial J_\nu}{c\partial t} + \frac{\partial H_\nu^k}{\partial x^k} = \rho \left(\frac{j_\nu}{4\pi} - \kappa_\nu J_\nu \right),$$

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial F_\nu^i}{\partial t} + \frac{\partial P_\nu^{ik}}{\partial x^k} = -\frac{\rho(\kappa_\nu^{\text{abs}} + \kappa_\nu^{\text{sca}})}{c} F_\nu^i, \quad \frac{\partial H_\nu^i}{c\partial t} + \frac{\partial K_\nu^{ik}}{\partial x^k} = -\rho(\kappa_\nu + \sigma_\nu) H_\nu^i.$$

- ❁ 輻射の“非等方性”はあまり強くないと仮定し、光線の角度依存性は弱いとして、輻射輸送方程式を角度方向に展開し、角度について積分して、0次のモーメント、1次のモーメント、などと呼ばれる一群の方程式セットを得ることができる。
- ❁ 方程式系を閉じるために別の関係式が必要。





Closure Relation 1

Closure relation for radiation

Eddington approximation

radiation fields \Rightarrow isotropic

$$P^{ik} = \frac{\delta^{ik}}{3} E$$

Diffusion approximation

radiation fields \Rightarrow isotropic

+ optically thick

$$F^i = -\frac{c}{\kappa_R \rho} \frac{\partial P^{ik}}{\partial x^k} = -\frac{c}{3\kappa_R \rho} \frac{\partial E}{\partial x^i}$$

エディントン近似と
拡散近似





ロスランド(拡散)近似

Rosseland (Diffusion) Approximation

- 定常
 - 輻射場は等方的
 - 光学的に十分厚い
- 輻射流束の勾配は小

$$0\text{次} \quad E_\nu \approx \frac{j_\nu}{c\kappa_\nu}$$

$$1\text{次} \quad F_\nu^i = -\frac{c}{\rho(\kappa_\nu + \sigma_\nu)} \frac{\partial P^{ik}}{\partial x^k}$$

$$\frac{\partial F_\nu^k}{\partial x^k} = \rho (j_\nu - c\kappa_\nu^{\text{abs}} E_\nu),$$

$$\frac{\partial P_\nu^{ik}}{\partial x^k} = -\frac{\rho(\kappa_\nu^{\text{abs}} + \kappa_\nu^{\text{sca}})}{c} F_\nu^i.$$

$$\frac{\partial H_\nu^k}{\partial x^k} = \rho \left(\frac{j_\nu}{4\pi} - \kappa_\nu J_\nu \right),$$

$$\frac{\partial K_\nu^{ik}}{\partial x^k} = -\rho(\kappa_\nu + \sigma_\nu) H_\nu^i.$$

LTE

$$E_\nu \approx \frac{j_\nu}{c\kappa_\nu} \approx \frac{4\pi}{c} B_\nu$$

$$P_\nu^{ik} \approx \frac{\delta^{ik}}{3} \frac{4\pi}{c} B_\nu$$

$$F_\nu^i = -\frac{4\pi}{3\rho(\kappa_\nu + \sigma_\nu)} \frac{\partial B_\nu}{\partial T} \frac{\partial T}{\partial x^i}$$





ロスランド(拡散)近似

Rosseland (Diffusion) Approximation

$$\mathbf{F} = \int \mathbf{F}_\nu d\nu = -\frac{4\pi}{3\rho} \nabla T \frac{\int \frac{1}{\kappa_\nu^{\text{abs}} + \kappa_\nu^{\text{sca}}} \frac{\partial B_\nu}{\partial T} d\nu}{\int \frac{\partial B_\nu}{\partial T} d\nu}$$

$$\int \frac{\partial B_\nu}{\partial T} d\nu = \frac{d}{dT} \int B_\nu d\nu = \frac{d}{dT} \left(\frac{1}{\pi} \sigma T^4 \right) = \frac{4}{\pi} \sigma T^3,$$

$$\mathbf{F} = -\frac{4acT^3}{3\bar{\kappa}_R \rho} \nabla T,$$

$$\frac{1}{\bar{\kappa}_R} \equiv \frac{\int_0^\infty \frac{1}{\kappa_\nu^{\text{abs}} + \kappa_\nu^{\text{sca}}} \frac{\partial B_\nu}{\partial T} d\nu}{\int_0^\infty \frac{\partial B_\nu}{\partial T} d\nu}.$$

κ_R : Rosseland mean opacity
 $4acT^3/3\kappa_R\rho$: effective heat conductivity



HIの束縛-自由吸収係数

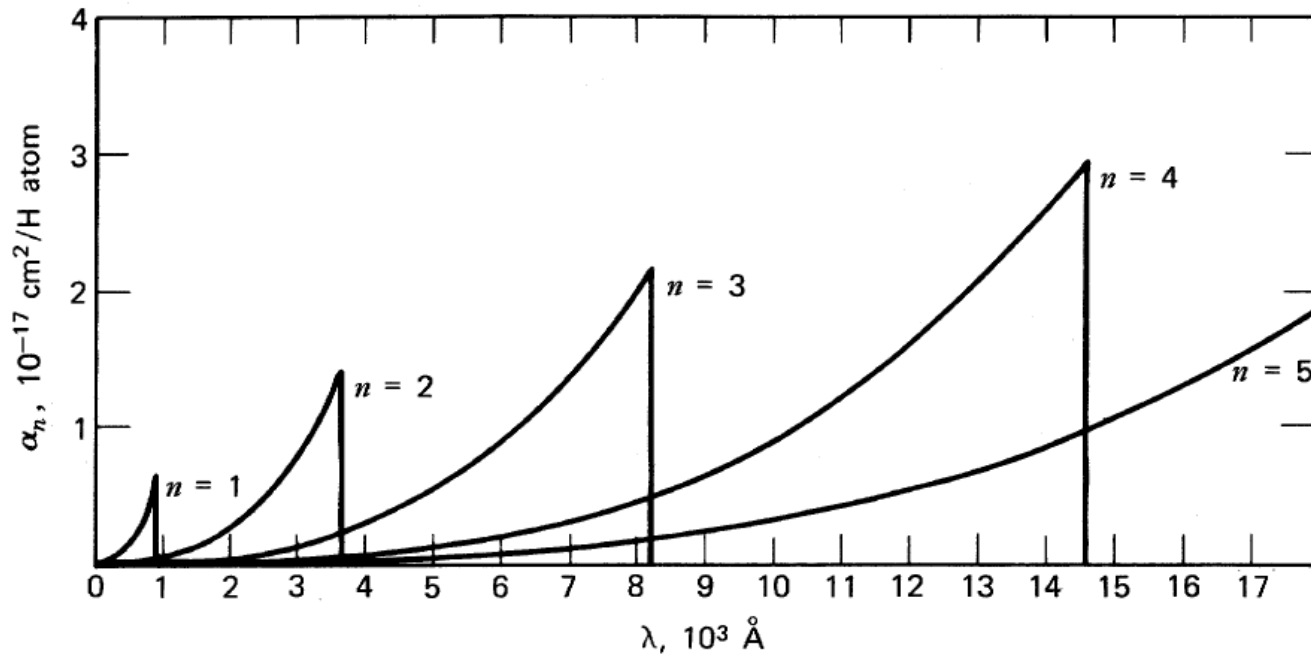
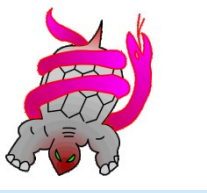
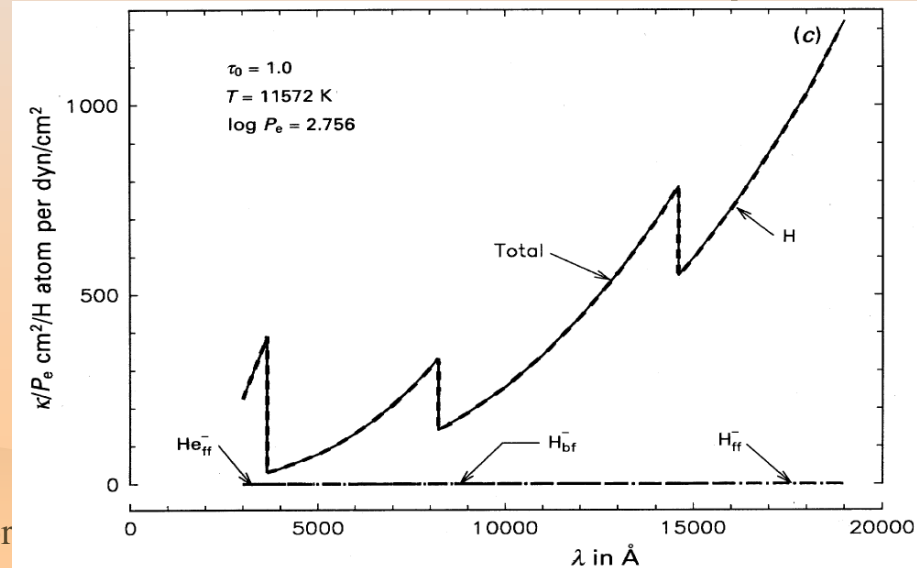
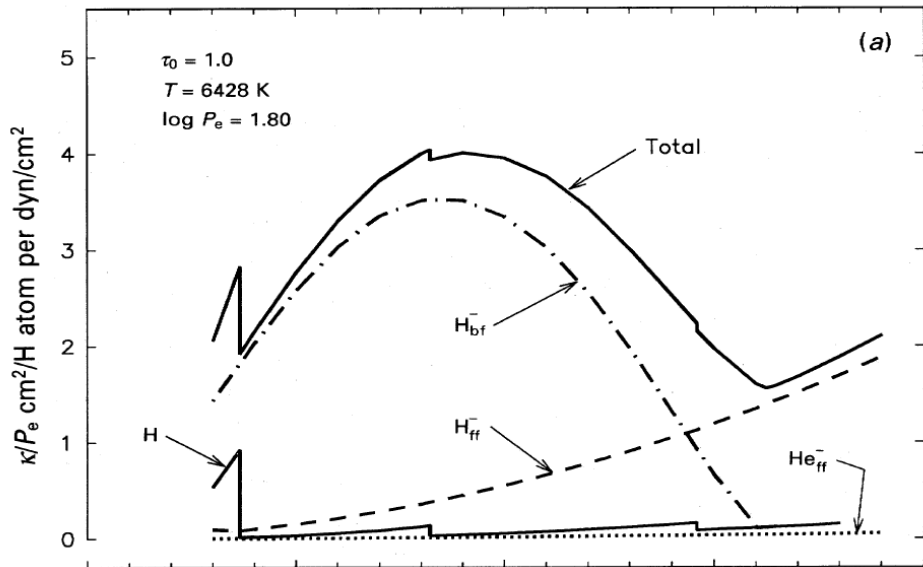
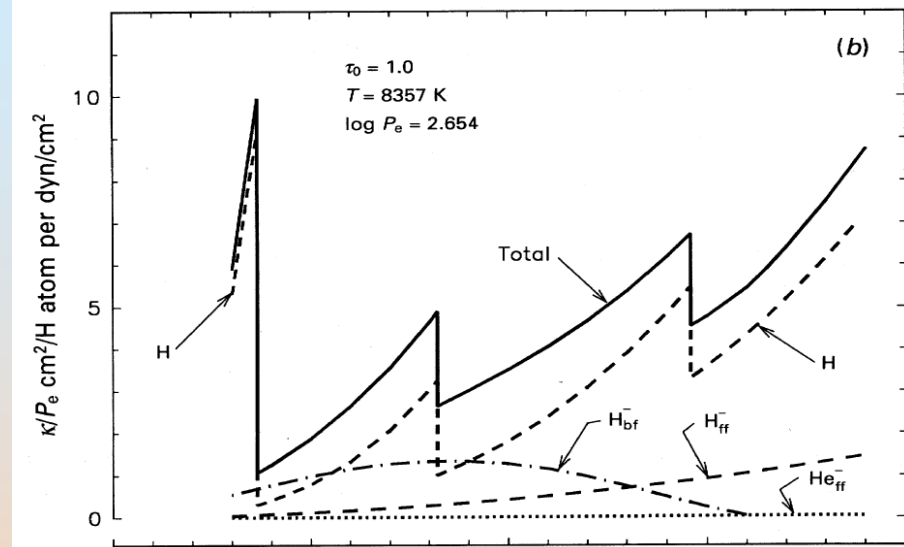


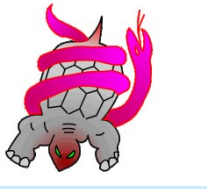
Figure 2.6: HI bound-free extinction coefficient σ_{ν}^{bf} per hydrogen atom in level n (here written as α_n) against wavelength. The Lyman, Balmer, Paschen, Brackett and Pfund edges are marked by the quantum number n of the ionizing level. Their amplitudes increase with n and have not been added up in this figure. The threshold wavelengths are specified in Table 8.1 on page 176. Figure 8.14 on page 191 shows the hydrogen and helium bound-free and free-free extinction for the actual mix of particles in three stellar atmospheres. The total extinction from all continuous processes is shown for a grid of stellar atmospheres in the Vitense diagrams on page 179 and page 192ff. From Gray (1992).



H⁻、H、Heなどの吸収係数

- 6428K
- 8357K
- 11572K





いろいろな吸収係数

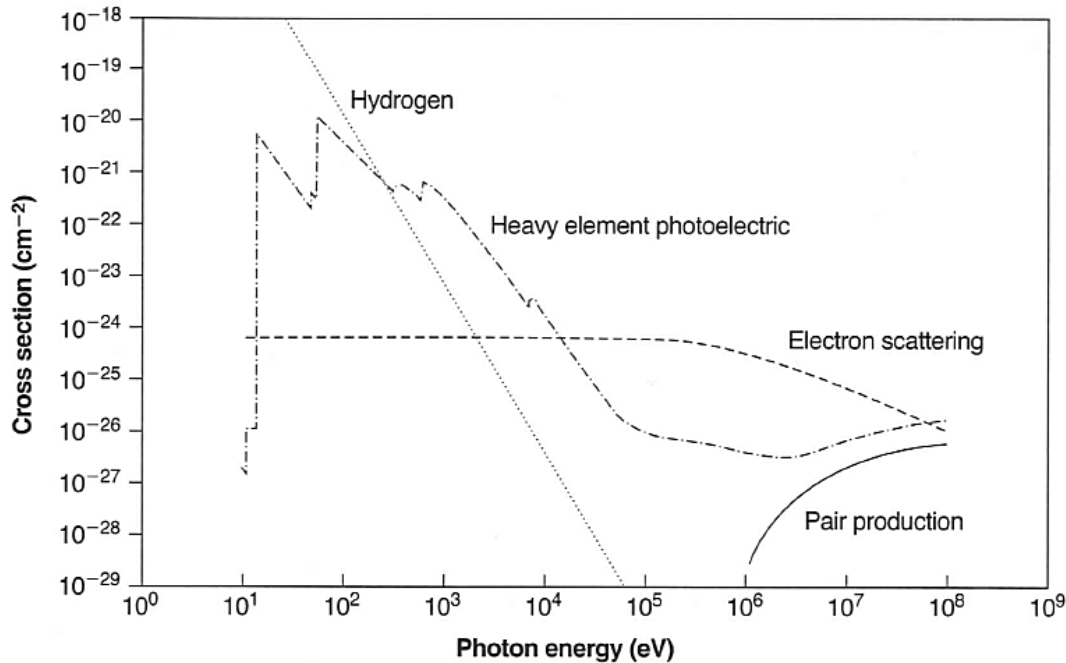


Figure 11.5

Comparison of the total opacity due to several of the processes discussed in the text. The hydrogen curve shows the cross section for photoionization of hydrogen as discussed in Chapter 2. The curve marked "heavy element photoelectric" includes all opacities that remove electrons from a moderately ionized gas. Inner-shell processes cause the edges between 100 and 10,000 eV. The increase at higher energies is caused by Compton-recoil ionization. The electron scattering cross section is at the Thomson value for low-photon energies, and goes over to the Klein–Nishina relativistic limit at high-photon energies. The cross section for pair production is also shown.



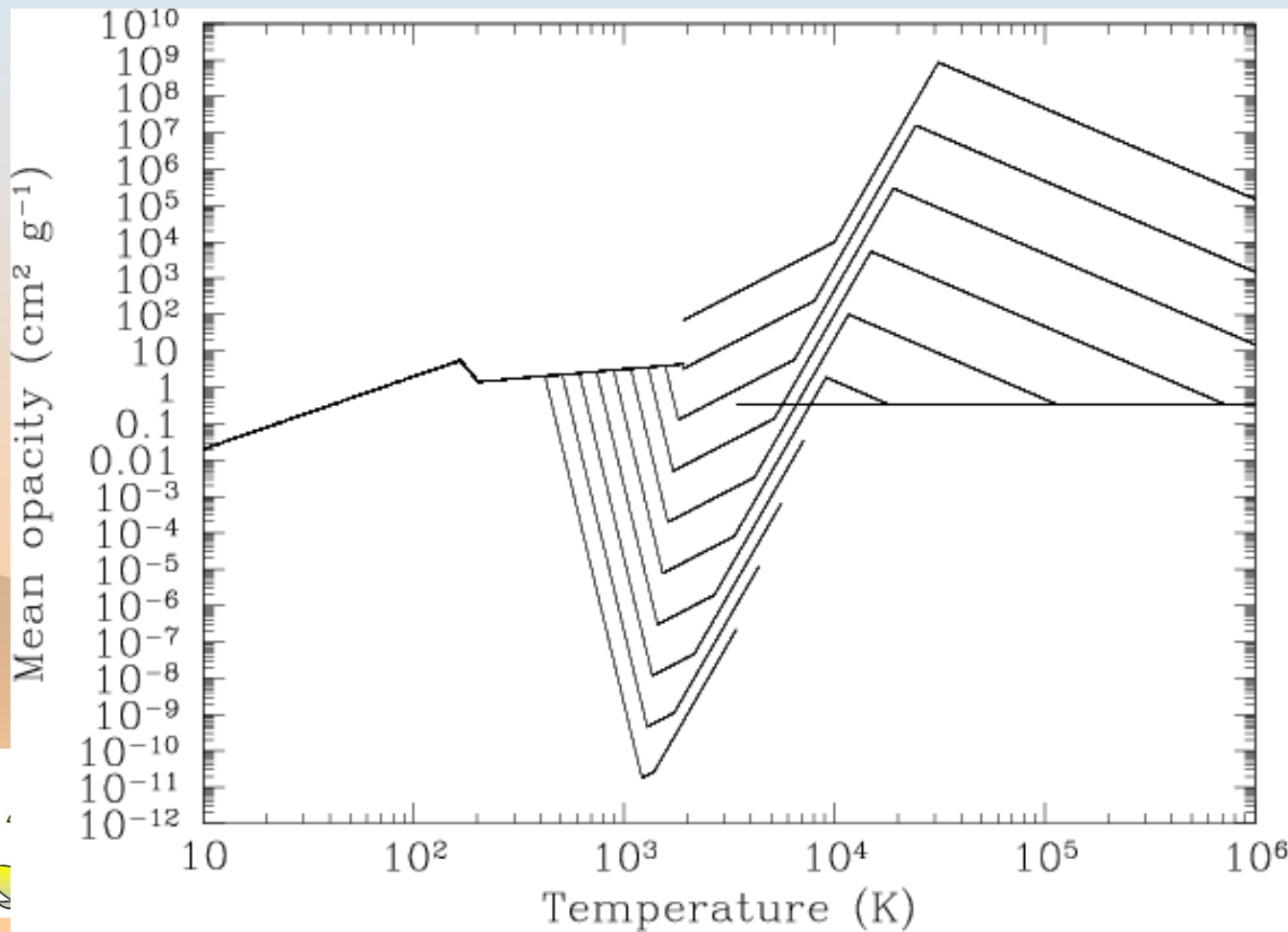


ロスランド(拡散)近似



Rosseland (Diffusion) Approximation

κ_R : Rosseland mean opacity



Kramers

$$\kappa = \kappa_0 \rho T^{-7/2}$$





エディントン近似

Eddington Approximation

輻射場が完全に等方

$$P_{\nu}^{ij} = \delta^{ij} E_{\nu} / 3$$

輻射場がほぼ等方

$$P_{\nu}^{ij} = \delta^{ij} E_{\nu} / 3$$

このエディントン近似で
モーメント式を閉じる。

$$\frac{\partial F_{\nu}^k}{\partial x^k} = \rho (j_{\nu} - c \kappa_{\nu}^{\text{abs}} E_{\nu}),$$

$$\frac{\partial P_{\nu}^{ik}}{\partial x^k} = -\frac{\rho(\kappa_{\nu}^{\text{abs}} + \kappa_{\nu}^{\text{sca}})}{c} F_{\nu}^i.$$

$$P_{\nu}^{ij} = \frac{\delta^{ij}}{3} E_{\nu}.$$

$$\frac{\partial H_{\nu}^k}{\partial x^k} = \rho \left(\frac{j_{\nu}}{4\pi} - \kappa_{\nu} J_{\nu} \right),$$

$$\frac{\partial K_{\nu}^{ik}}{\partial x^k} = -\rho(\kappa_{\nu} + \sigma_{\nu}) H_{\nu}^i.$$

$$K_{\nu}^{ij} = \frac{\delta^{ij}}{3} J_{\nu}.$$





輻射拡散方程式

Radiative Diffusion Equation

- エディントン近似で、 E_ν (あるいは J_ν) のみの式にまとめる。
- さらにLTE
- ガス大気の温度構造： $B_\nu(\tau_\nu)$ と photon destruction probability ε_ν がわかれば解ける

$$\begin{aligned}\frac{1}{3} \frac{d^2}{d\tau_\nu^2} cE_\nu &= \frac{\kappa_\nu}{\kappa_\nu + \sigma_\nu} \left(cE_\nu - \frac{j_\nu}{\kappa_\nu} \right) \\ &= \frac{\kappa_\nu}{\kappa_\nu + \sigma_\nu} (cE_\nu - 4\pi B_\nu)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{1}{3} \frac{d^2 J_\nu}{d\tau_\nu^2} &= \frac{\kappa_\nu}{\kappa_\nu + \sigma_\nu} \left(J_\nu - \frac{j_\nu}{4\pi\kappa_\nu} \right) \\ &= \frac{\kappa_\nu}{\kappa_\nu + \sigma_\nu} (J_\nu - B_\nu)\end{aligned}$$





エディントン近似

Eddington Approximation

Closure relation for matter

Fluid approximation

mean free path \ll systemscale

random velocity \Rightarrow isotropic

pressure \Rightarrow isotropic

$$\text{EoS} : p = p(\rho, T)$$

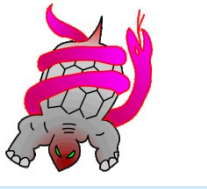
$$p = (\gamma - 1)\rho e$$

Closure relation for radiation

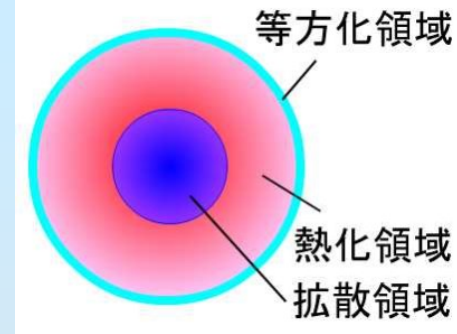
Eddington approximation

radiation fields \Rightarrow isotropic

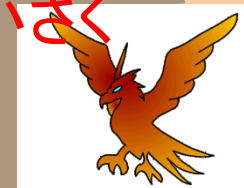
$$P^{ik} = \frac{\delta^{ik}}{3} E$$



近似の適用限界



- ❁ **拡散領域**:十分に光学的に厚い領域では、輻射場は黒体放射で、拡散近似が成り立つ。
- ❁ **熱化領域**:その周辺では、拡散近似も少し悪くなる。
- ❁ **等方化領域**:光学的厚みが1程度で拡散近似は破れる。ただし、散乱などで輻射場は簡単に等方的になるので、エディントン近似はまだ成り立っている。
- ❁ **拡散近似の適用範囲はエディントン近似より狭い。**
- ❁ **ダイナミクス**を考えるとときは拡散近似は使えるが、**スペクトル**ではたぶんダメ。
- ❁ **運動があるとき**:光子拡散の実効速度 c/τ が流速 v より小さくなると拡散近似は破綻する。



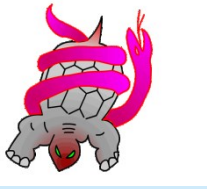


エディントン近似の適用限界

- ❁ 天体の表面近傍など輻射場が光学的に薄くなる領域では、**輻射場の非等方性**が無視できなくなる。(ピーキング効果)
- ❁ 亜光速に加速される流れで速度勾配が非常に大きい領域でも、共動系でさえ輻射場が非等方的になる。

輻射場が等方的ならエディントン近似が使えるし、さらに光学的に厚ければ拡散近似(ロスランド近似)が使える。逆に、輻射場の非等方性が強かったり、光学的に薄い領域では、これらの近似は破綻する。たとえば、星の大気表層付近や、巨星・回転星の膨張希薄大気、光学的に厚い恒星風や降着円盤風などでは、光学的な厚みが急に変化したり輻射場の非等方性が強くなり、これらの近似は急激に悪化する。

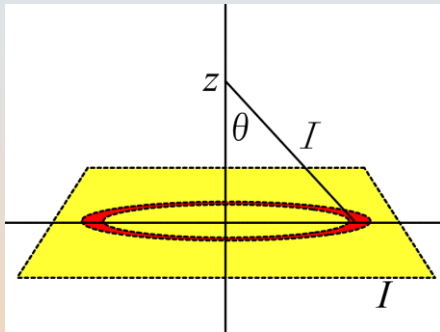
恒星周辺などの光学的に薄い領域では、輻射圧は流れの方向へだけ働き、他の方向への輻射圧はない(一様平面光源など特殊な配位を除く)。したがって輻射流の方向を z 方向とすると、 $P^{xx}=0$ 、 $P^{yy}=0$ 、 $P^{zz}=E$ となる。また同様に、輻射のエネルギー E が輻射流の方向に光速 c で運ばれるので、輻射流束は、 $F^x=0$ 、 $F^y=0$ 、 $F^z=cE$ となる。すなわち、光学的に薄い領域でのエディントン因子は1となる。



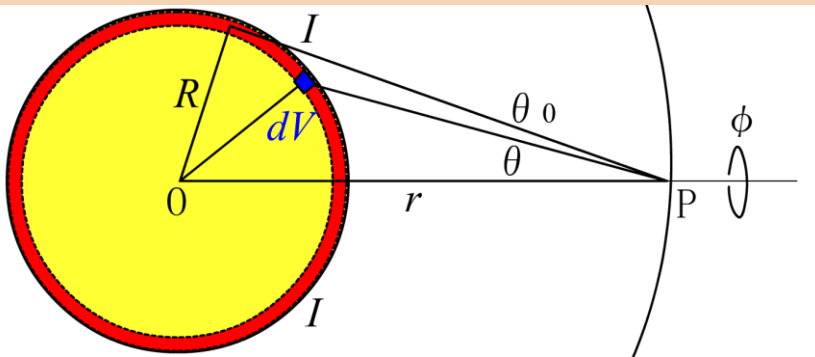
Eddington Factor

Eddington factor in an optically thin regime

plane-parallel



spherical



plane - parallel

$$cE = 2\pi I$$

$$F = \pi I$$

$$cP = \frac{2}{3} \pi I$$

$$f = \frac{P}{E} = \frac{1}{3}$$

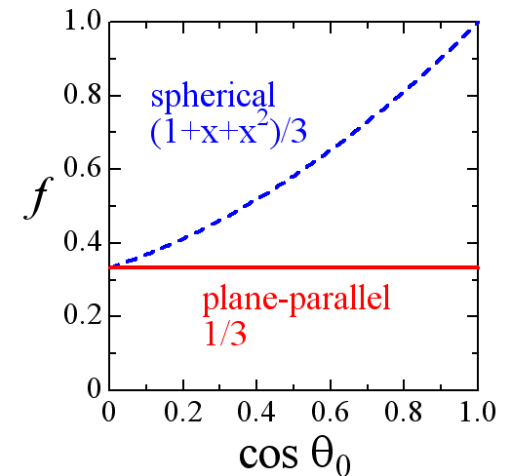
spherical

$$cE = 2\pi I (1 - \cos \theta_0)$$

$$F = \pi I \sin^2 \theta_0$$

$$cP = \frac{2}{3} \pi I (1 - \cos^3 \theta_0)$$

$$f = \frac{P^{rr}}{E} = \frac{1}{3} (1 + \cos \theta_0 + \cos^2 \theta_0)$$





1. RHD Closure Relation 2

Closure relation in optically thick to thin regimes

Variable Eddington factor Tamazawa et al. 1975

$$P^{ik} = f^{ik} E;$$

$$f^{ik} = \left(f(\tau), \frac{1}{2} - \frac{1}{2} f(\tau), \frac{1}{2} - \frac{1}{2} f(\tau) \right)$$

$$f(\tau) = \frac{1 + \tau}{1 + 3\tau}$$

f : 変動エディントン因子 (variable Eddington factor)

Flux-limited diffusion Levermore and Pomraning 1981

$$F^i = -\lambda \frac{c}{\kappa_R \rho} \frac{\partial E}{\partial x^i};$$

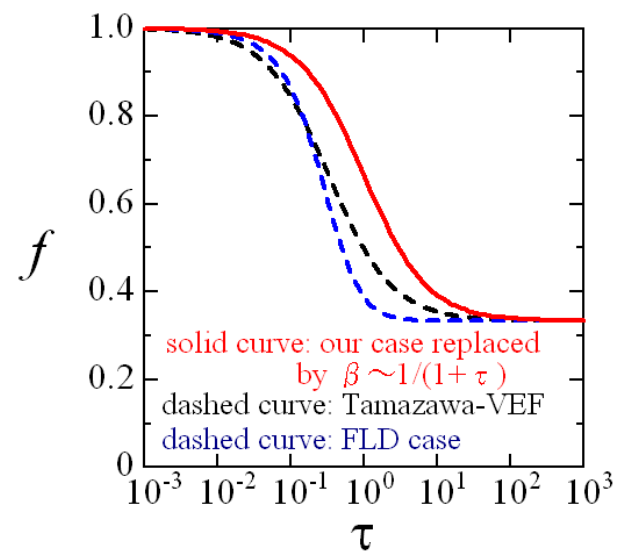
1981

$$\lambda = \frac{2 + R}{6 + 3R + R^2}; \quad R = \frac{|\nabla E|}{\kappa_R \rho E}$$

$$f = \lambda + \lambda^2 R^2$$

λ : 流束制限因子 (flux limiter)

変動エディントン近似と流束制限拡散近似





1. RHD Closure Relation 2

Closure relation in optically thick to thin regimes

Variable Eddington factor Tamazawa

$$P^{ik} = f^{ik} E;$$

$$f^{ik} = \left(f(\tau), \frac{1}{2} - \frac{1}{2} f(\tau) \right)$$

$$f(\tau) = \frac{1 + \tau}{1 + 3\tau}$$

Flux-limited diffusion

$$F^i = -\lambda \frac{c}{\kappa_R \rho} \frac{\partial E}{\partial x^i};$$

$$\lambda = \frac{2 + R}{6 + 3R + R^2}; \quad R$$

$$f = \lambda + \lambda^2 R^2$$

2019/8/17

OK: Physically correct in the limited cases of $\tau=0$ and infinity.

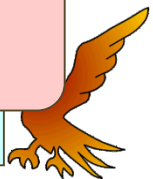
NG: Quantitatively incorrect in the region around $\tau=1$.

Levermore and

0.2 — solid curve: our case replaced by $\beta \sim 1/(1 + \tau)$
dashed curve: Tamazawa-VEF

OK: Vector form convenient for numerical simulations

NG: Diffusion type cannot apply to an optically thin regime causality problem





輻射平衡

Radiative Equilibrium (RE)

❁ 0次のモーメント式

$$\frac{dH_\nu}{dz} = \rho \left(\frac{j_\nu}{4\pi} - \kappa_\nu J_\nu \right)$$

$$= -\rho(\kappa_\nu + \sigma_\nu)(J_\nu - S_\nu)$$

$$S_\nu = \frac{1}{\kappa_\nu + \sigma_\nu} \left(\frac{j_\nu}{4\pi} + \sigma_\nu J_\nu \right)$$

❁ ネットフラックス=0

$$\frac{d}{dz} \int H_\nu d\nu = 0$$

$$\int (\kappa_\nu + \sigma_\nu) J_\nu d\nu = \int (\kappa_\nu + \sigma_\nu) S_\nu d\nu$$

❁ LTEの場合

$$\int \kappa_\nu J_\nu d\nu = \int \kappa_\nu B_\nu d\nu$$

❁ 灰色、灰色+LTE

$$S = J$$

$$S = J = B$$

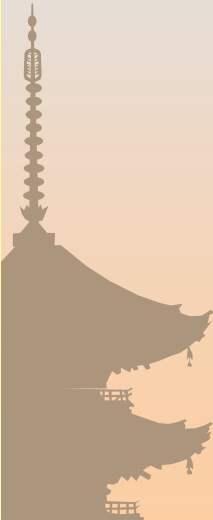






輻射流体力学の応用編

福江 純 @ 大阪教育大学





輻射輸送を考慮した 降着円盤の鉛直構造





目次



- 1.降着円盤の標準モデル
- 2.先行研究
- 3.降着円盤の鉛直構造
- 4.基礎方程式
- 5.結果
- 6.考察





1 標準モデルの特

水平方向

→ 輻射輸送を入れて
降着円盤の鉛直構造を解く

温度分布が求まる
放射スペクトルがわかる

内部 中間 外部

図1 標準降着円盤の内部領域・中間領域・外部領域





2 先行研究

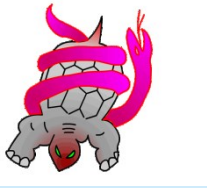
- Meyer+ 1982
- Cannizzo+ 1984
- Kriz+ 1986
- Shaviv+ 1986
- Adam+ 1988
- Shimura+ 1993
- Artemova+ 1996
- Fukue+Akizuki 2006
- Fukue 2011, 2012
- Ivan Hubenyグループ
- Hubeny 1990
- Hubeny² 1997, 1998
- HUBeny+ 2000, 2001
- Davis+ 2005
- Hui 2005

粘性加熱の違い

$$t_{\text{vis}} \propto \rho_{\text{gas}}$$

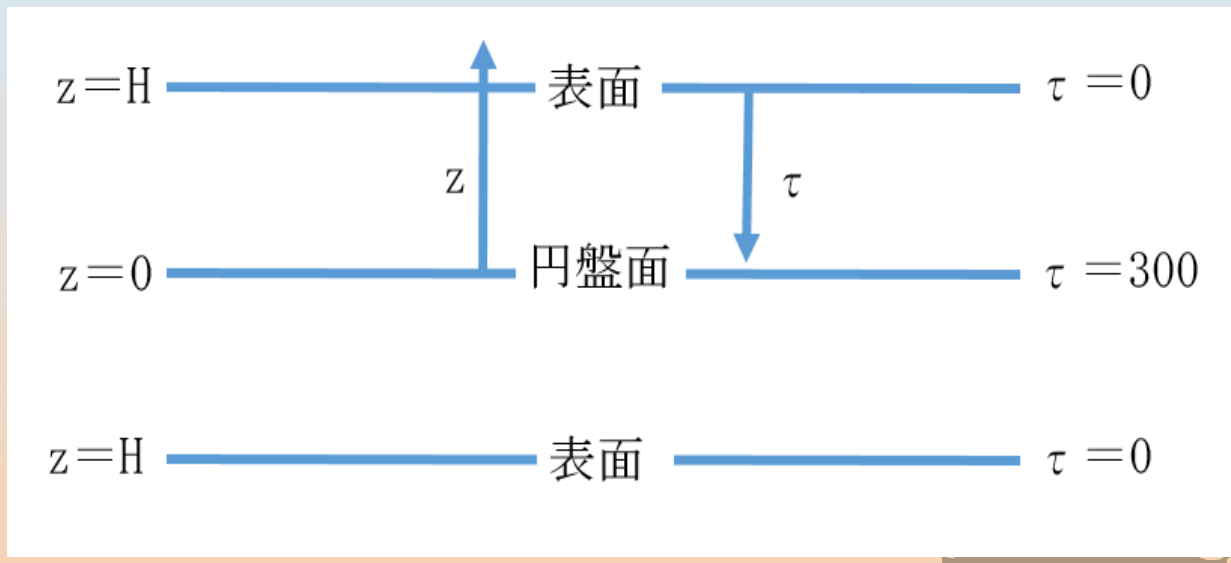
$$t_{\text{vis}} \propto (\rho_{\text{gas}} + \rho_{\text{rad}})$$



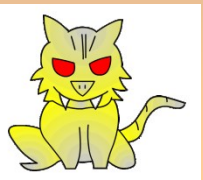


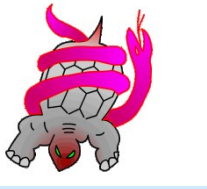
3 降着円盤の鉛直構造

- 高さ z
円盤面 → 表面
大きくなる
- 光学的厚み τ
表面 → 円盤面
大きくなる



降着円盤の鉛直構造





4 基礎方程式

① 静水圧平衡

$$0 = -\frac{d\psi}{dz} - \frac{1}{\rho} \frac{dp}{dz} + \frac{\kappa + \sigma}{c} F$$

② エネルギー平衡

$$0 = qvis - 4\pi\rho \left(\frac{j}{4\pi} - \kappa \frac{cE}{4\pi} \right)$$

③ 熱輸送(0次)

$$\frac{dF}{dz} = 4\pi\rho \left(\frac{j}{4\pi} - \kappa \frac{cE}{4\pi} \right) = qvis$$

④ 輻射圧(1次)

$$\frac{dP}{dz} = -\rho \frac{\kappa + \sigma}{c} F$$

⑤ 状態方程式

$$p = \frac{R}{\mu} \rho T; \quad P = \frac{1}{3} a T^4$$

⑥ 粘性則

$$qvis = tvis = \frac{3}{2} \alpha (p + P)^\mu p^\mu \Omega$$





4 基礎方程式

$$d\tau = -(\kappa + \sigma)\rho dz$$

光学的厚み τ

$$\frac{dp}{d\tau} = \frac{1}{\kappa_R} \frac{GM}{R^3} z - \frac{1}{c} F$$

$$\frac{dF}{d\tau} = -\frac{1}{\kappa_R} \frac{3}{2} \alpha \Omega \frac{R}{\mu} T \frac{p + P}{p}$$

$$\frac{dP}{d\tau} = \frac{1}{c} F; \quad P = \frac{1}{3} a T^4$$

$$\frac{dz}{d\tau} = \frac{1}{\kappa_R \rho} = \frac{1}{\kappa_R} \frac{(R/\mu) T}{p}$$





4 パラメータ

❁ 標準モデルで輻射
圧優勢な内部領域

❁ $M/M_{\odot} = 10$

❁ $r/r_s = 5$

❁ $\tau = 200$

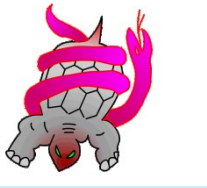
❁ $T_{\text{eff}} = 10^6 \text{K}$

❁ 境界条件

❁ 表面で $T = T_{\text{eff}}$

❁ 表面で $p_{\text{gas}} = 0$





5 モデルC heating2



表面

円盤面

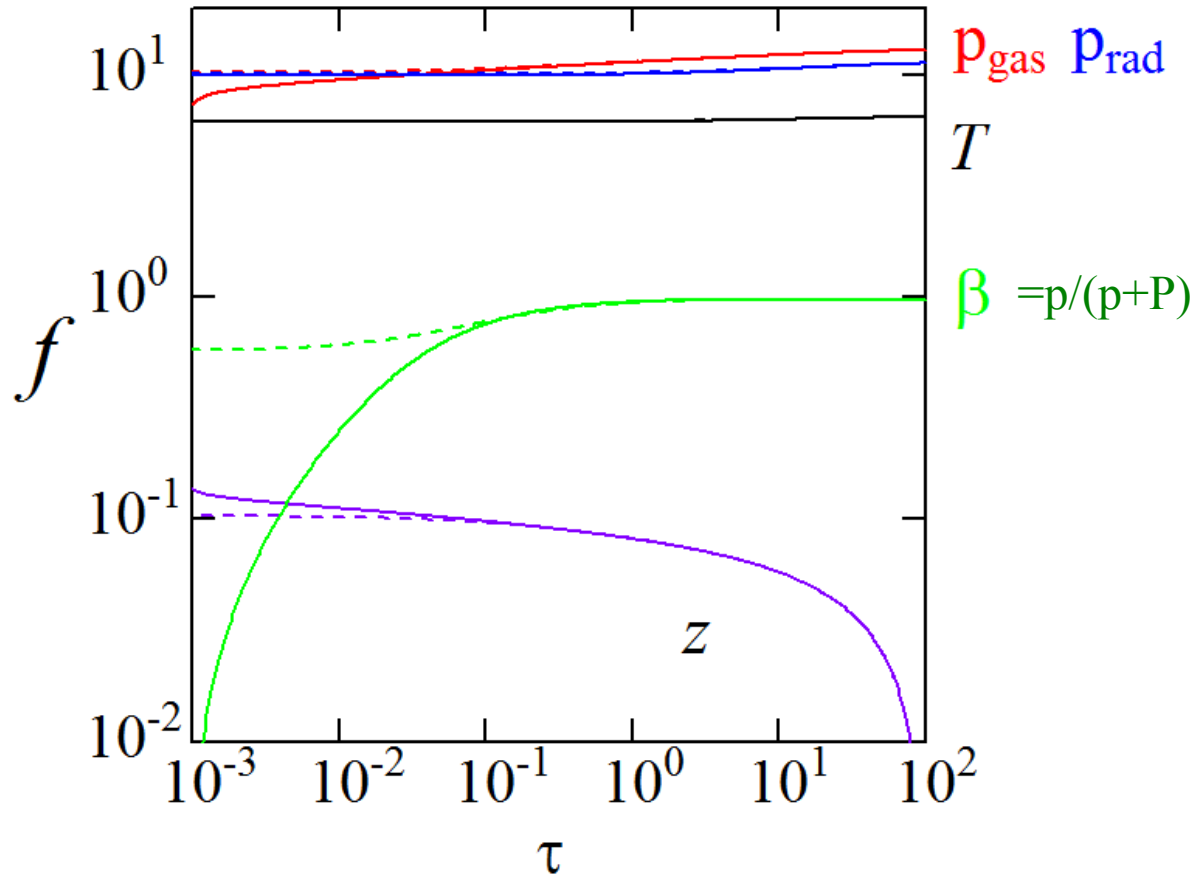
$\alpha=1; M_0 = 10; r = 5; \tau = 100$

$T_c = 3E6; p_c = 8.67e12 \rightarrow 8.65275e12$

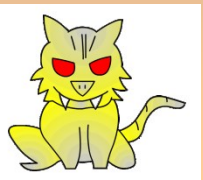
$T_{eff} = 1.53e6 \rightarrow 1.40e6; H=0.103 \rightarrow 0.140$

1

[dyn/(cm²)]



ガス圧
優勢





6 課題



❁ Hubenyらがいろいろなケースを解いている

❁ slim/supercritical disk

❁ relativistic equation of state

❁ wave

❁ stability

❁ viscous law







相対論的輻射流体の定式化

Relativistic Radiative Transfer

Relativistic Radiation Hydrodynamics

Moment Formalism

福江 純 @ 大阪教育大学





目次

- 1 準備
 1. 平均自由行程
 2. 光学的厚み
- 2 輻射輸送のモーメント定式化
 1. ボルツマン方程式と輻射輸送方程式
 2. 流体力学方程式と輻射モーメント方程式
- 3 クロージャー関係式
 1. エディントン近似と拡散近似
 2. 変動エディントン近似と流束制限拡散近似FLD
- 4 相対論的輻射モーメント方程式
 1. ガス系の方程式
 2. 輻射系の方程式
 3. クロージャー関係式
- 5 今後の課題





相対論的輻射流体力学の定式化

4 相対論的輻射流体力学の モーメント定式化

Relativistic Radiation Hydrodynamics

**4 Moment Formalism
of Relativistic Radiation
Hydrodynamics**





2. RRHD Moment Formalism

Moment equations for matter

- ✿ continuity
- ✿ momentum
- ✿ energy

In the comoving frame

$$cE_0 = \int I_0 d\Omega_0, F_0^i = \int I_0 l_0^i d\Omega_0,$$

$$cP_0^{ik} = \int I_0 l_0^i l_0^k d\Omega$$

In the inertial frame

$$cE = \int I d\Omega, F^i = \int \Pi^i d\Omega,$$

$$cP^{ik} = \int \Pi^i l^k d\Omega$$

2019/8/17

$$(nu^\mu)_{;\mu} = \frac{1}{\sqrt{-g}} \frac{\partial}{\partial x^\mu} (\sqrt{-g} nu^\mu) = 0, \quad (\text{E.53})$$

$$\begin{aligned} & c^2 \left(u^\mu \frac{\partial u^i}{\partial x^\mu} + \Gamma_{\mu\nu}^i u^\mu u^\nu \right) \\ &= \frac{c^2}{\varepsilon + p} (g^{i\mu} - u^i u^\mu) \frac{\partial p}{\partial x^\mu} + \frac{\rho c^2}{\varepsilon + p} \frac{1}{c} (\kappa_0^{\text{abs}} + \kappa_0^{\text{sca}}) \\ & \quad \times \left[F_0^i + \frac{\gamma - 1}{v^2} v^i (\mathbf{v} \cdot \mathbf{F}_0) \right] \\ &= \frac{c^2}{\varepsilon + p} (g^{i\mu} - u^i u^\mu) \frac{\partial p}{\partial x^\mu} + \frac{\rho c^2}{\varepsilon + p} \frac{\gamma}{c} (\kappa_0^{\text{abs}} + \kappa_0^{\text{sca}}) \\ & \quad \times \left[F^i - \gamma^2 E v^i - v_k P^{ik} + \gamma^2 v^i \left(\frac{2\mathbf{v} \cdot \mathbf{F}}{c^2} - \frac{v_j v_k}{c^2} P^{jk} \right) \right]. \end{aligned} \quad (\text{E.57})$$

$$\begin{aligned} & \frac{c}{\sqrt{-g}} \frac{\partial}{\partial x^\mu} [\sqrt{-g} (\varepsilon - \rho c^2) u^\mu] + c \frac{p}{\sqrt{-g}} \frac{\partial}{\partial x^\mu} (\sqrt{-g} u^\mu) \\ &= -\rho (j_0 - c \kappa_0^{\text{abs}} E_0) \\ &= \gamma^2 \rho \left(-\frac{j_0}{\gamma^2} + c \kappa_0^{\text{abs}} E - \kappa_0^{\text{abs}} \frac{2\mathbf{v} \cdot \mathbf{F}}{c} + \kappa_0^{\text{abs}} \frac{v_i v_k}{c} P^{ik} \right). \end{aligned} \quad (\text{E.60})$$





2. RRHD Transfer Equation

E.2.1 Transfer Equation

As in the case of a non-relativistic regime (appendix D), a change in the specific intensity is expressed by the *transfer equation*, although it should be written down in a Lorentz-invariant form.

By means of the Lorentz invariant f ($= I_\nu/\nu^3 = I_{\nu 0}/\nu_0^3$), we can write the transfer equation of the form (Hsieh and Spiegel 1976):

$$k^\mu \frac{\partial f}{\partial x^\mu} = \rho(\alpha - \beta f) - \rho \kappa_{\nu 0}^{\text{sca}} \int \phi_\nu(\mathbf{l}', \mathbf{l}) f(\mathbf{l}) \nu' d\nu' d\Omega' + \rho \kappa_{\nu 0}^{\text{sca}} \int \phi_\nu(\mathbf{l}, \mathbf{l}') f(\mathbf{l}') \nu' d\nu' d\Omega', \quad (\text{E.33})$$

Furthermore, replacing f by I_ν (or $I_{\nu 0}$), we finally obtain the (angle-dependent) *radiative transfer equation*:

$$\frac{1}{c} \frac{\partial I_\nu}{\partial t} + (\mathbf{l} \cdot \nabla) I_\nu = \left(\frac{\nu}{\nu_0} \right)^2 \rho \times \left[\frac{j_{\nu 0}}{4\pi} - (\kappa_{\nu 0}^{\text{abs}} + \kappa_{\nu 0}^{\text{sca}}) I_{\nu 0} + \frac{3}{4} \kappa_{\nu 0}^{\text{sca}} \frac{c}{4\pi} \left(E_{\nu 0} + l_{0i} l_{0j} P_{\nu 0}^{ij} \right) \right], \quad (\text{E.37})$$





2. RRHD Transfer Equation

Integrating the transfer equation (E.37) over the frequency, with the help of the Lorentz transformation (E.14) [$d\nu = (d\nu/d\nu_0)d\nu_0 = (\nu/\nu_0)d\nu_0 = \gamma(1 + \mathbf{v} \cdot \mathbf{l}_0/c)d\nu_0$], we obtain a frequency-integrated angle-dependent transfer equation:

$$\frac{1}{c} \frac{\partial I}{\partial t} + (\mathbf{l} \cdot \nabla) I = \rho \gamma^3 \left(1 + \frac{\mathbf{v} \cdot \mathbf{l}_0}{c} \right)^3 \times \left[\frac{j_0}{4\pi} - (\kappa_0^{\text{abs}} + \kappa_0^{\text{sca}}) I_0 + \frac{3}{4} \kappa_0^{\text{sca}} \frac{c}{4\pi} \left(E_0 + l_{0i} l_{0j} P_0^{ij} \right) \right], \quad (\text{E.38})$$

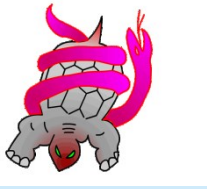
where

$$I \equiv \int I_\nu d\nu, \quad I_0 \equiv \int I_{\nu_0} d\nu_0, \quad (\text{E.39})$$

$$E_0 \equiv \int E_{\nu_0} d\nu_0, \quad P_0^{ij} \equiv \int P_{\nu_0}^{ij} d\nu_0, \quad (\text{E.40})$$

$$j_0 \equiv \int j_{\nu_0} d\nu_0, \quad \kappa_0^{\text{abs}} + \kappa_0^{\text{sca}} \equiv \frac{1}{I_0} \int (\kappa_{\nu_0}^{\text{abs}} + \kappa_{\nu_0}^{\text{sca}}) I_{\nu_0} d\nu_0. \quad (\text{E.41})$$





2. RRHD Moment Formalism

Moment equations for radiation

- 0th moment
- 1st moment

In the comoving frame

$$cE_0 = \int I_0 d\Omega_0, F_0^i = \int I_0 l_0^i d\Omega_0, cP_0^{ik} = \int I_0 l_0^i l_0^k d\Omega_0$$

In the inertial frame

$$cE = \int I d\Omega, F^i = \int I l^i d\Omega, cP^{ik} = \int I l^i l^k d\Omega$$

$$\frac{\partial E}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{F} = \rho\gamma \left(j_0 - c\kappa_0^{\text{abs}} E + \kappa_0^{\text{abs}} \frac{\mathbf{v} \cdot \mathbf{F}}{c} \right) + \rho\gamma^3 \kappa_0^{\text{sca}} \left[\frac{v^2}{c} E + \frac{v_i v_j}{c} P^{ij} - \left(1 + \frac{v^2}{c^2} \right) \frac{\mathbf{v} \cdot \mathbf{F}}{c} \right], \quad (\text{E.44})$$

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial F^i}{\partial t} + \frac{\partial P^{ik}}{\partial x^k} = \frac{\rho\gamma}{c} \left(\frac{v^i}{c} j_0 - \kappa_0^{\text{abs}} F^i + \kappa_0^{\text{abs}} v_k P^{ik} \right) - \frac{\rho\gamma}{c} \kappa_0^{\text{sca}} \left[F^i - \gamma^2 E v^i - v_k P^{ik} + \gamma^2 v^i \left(\frac{2\mathbf{v} \cdot \mathbf{F}}{c^2} - \frac{v_j v_k}{c^2} P^{jk} \right) \right]. \quad (\text{E.45})$$





2. RRHD Moment Formalism

Comoving vs Inertial

- ❁ 0th moment
- ❁ 1st moment

$$I_0 = \left(\frac{\nu_0}{\nu}\right)^4 I = \left[\gamma \left(1 - \frac{\mathbf{v} \cdot \mathbf{l}}{c}\right)\right]^4 I. \quad (\text{E.25})$$

Integrating equation (E.25) over a solid angle, we obtain the transformation rule of E :

$$E_0 = \gamma^2 \left(E - 2 \frac{\mathbf{v} \cdot \mathbf{F}}{c^2} + \frac{v_i v_k}{c^2} P^{ik} \right). \quad (\text{E.26})$$

Multiplying equation (E.25) by l_0^i and integrating the resultant equation over a solid angle, we have the transformation rule of F^i :

$$F_0^i = \gamma \left\{ F^i + \left[\left(\gamma + \frac{\gamma - 1}{v^2/c^2} \right) \frac{\mathbf{v} \cdot \mathbf{F}}{c^2} - \gamma E - \frac{\gamma - 1}{v^2/c^2} \frac{v_j v_k}{c^2} P^{jk} \right] v^i - v_k P^{ik} \right\}. \quad (\text{E.27})$$

Multiplying equation (E.25) by $l_0^i l_0^j$ and integrating the resultant equation over a solid angle, we have the transformation rule of P^{ij} :

$$\begin{aligned} P_0^{ij} = & P^{ij} + \frac{\gamma - 1}{v^2/c^2} \left(\frac{v^i v_k}{c^2} P^{jk} + \frac{v^j v_k}{c^2} P^{ik} \right) \\ & + \left(\frac{\gamma - 1}{v^2/c^2} \right)^2 \frac{v^i v^j v_k v_m}{c^2} P^{km} + \gamma^2 \frac{v^i v^j}{c^2} E \\ & - \gamma \left(\frac{v^i F^j}{c^2} + \frac{v^j F^i}{c^2} \right) - 2\gamma \frac{\gamma - 1}{v^2/c^2} \frac{v^i v^j}{c^2} \frac{\mathbf{v} \cdot \mathbf{F}}{c^2}. \quad (\text{E.28}) \end{aligned}$$





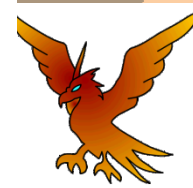
2. RRHD Moment Formalism

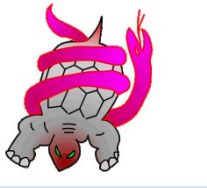
Moment equations for radiation

左辺は静止系、右辺は共動系の輻射量で表した0次と1次のモーメント式。1次のモーメント式の3行目は単純に共動系でガスに輻射が運動量を与える項になっている。

$$\frac{\partial E}{\partial t} + \nabla \mathbf{F} = \rho \gamma (j_0 - c \kappa_0^{\text{abs}} E_0) - \rho \gamma (\kappa_0^{\text{abs}} + \kappa_0^{\text{sca}}) \frac{\mathbf{v} \cdot \mathbf{F}_0}{c}$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{c^2} \frac{\partial F^i}{\partial t} + \frac{\partial P^{ik}}{\partial x^k} &= \rho \gamma \frac{v^i}{c^2} (j_0 - c \kappa_0^{\text{abs}} E_0) \\ &\quad - \rho (\kappa_0^{\text{abs}} + \kappa_0^{\text{sca}}) \frac{\gamma - 1}{v^2} \frac{v^i}{c} (\mathbf{v} \cdot \mathbf{F}_0) \\ &\quad - \frac{1}{c} \rho (\kappa_0^{\text{abs}} + \kappa_0^{\text{sca}}) F_0^i. \end{aligned}$$





2. RRHD Moment Formalism

Moment equations for radiation

両辺とも静止系の放射量で表した0次と1次のモーメント式。1次のモーメント式の2行目で、[]内の第2項と第3項などで現れている速度に比例する項が、いわゆる放射抵抗(コンプトン抵抗)。

$$\begin{aligned} \frac{\partial E}{\partial t} + \nabla \mathbf{F} &= \rho \gamma \left(j_0 - c \kappa_0^{\text{abs}} E + \kappa_0^{\text{abs}} \frac{\mathbf{v} \cdot \mathbf{F}}{c} \right) \\ &\quad + \rho \gamma^3 \kappa_0^{\text{sca}} \left[\frac{v^2}{c} E + \frac{v_i v_j}{c} P^{ij} - \left(1 + \frac{v^2}{c^2} \right) \frac{\mathbf{v} \cdot \mathbf{F}}{c} \right] \\ \frac{1}{c^2} \frac{\partial F^i}{\partial t} + \frac{\partial P^{ik}}{\partial x^k} &= \frac{\rho \gamma}{c} \left(\frac{v^i}{c} j_0 - \kappa_0^{\text{abs}} F^i + \kappa_0^{\text{abs}} v_k P^{ik} \right) \\ &\quad - \frac{\rho \gamma}{c} \kappa_0^{\text{sca}} \left[F^i - \gamma^2 E v^i - v_k P^{ik} + \gamma^2 v^i \left(\frac{2 \mathbf{v} \cdot \mathbf{F}}{c^2} - \frac{v_j v_k}{c^2} P^{jk} \right) \right] \end{aligned}$$





2. RRHD Closure Relation 1

Usual closure relation
for radiation

In the comoving frame

Eddington approximation

$$P_{\text{co}}^{ik} = \frac{\delta^{ik}}{3} E_{\text{co}}$$

Diffusion approximation

$$F_{\text{co}}^i = -\frac{c}{\kappa_R \rho} \frac{\partial P_{\text{co}}^{ik}}{\partial x^k} = -\frac{c}{3\kappa_R \rho} \frac{\partial E_{\text{co}}}{\partial x^i}$$

Flux-limited diffusion

$$F_{\text{co}}^i = -\lambda \frac{c}{\kappa_R \rho} \frac{\partial E_{\text{co}}}{\partial x^i}$$

2019/8/17

Formalism





2. RRHD Closure Relation 1

Usual closure relation for radiation

In the comoving frame
Eddington approximation

$$P_{\text{co}}^{ik} = \frac{\delta^{ik}}{3} E_{\text{co}}$$

Diffusion approximation

$$F_{\text{co}}^i = -\frac{c}{\kappa_R \rho} \frac{\partial P_{\text{co}}^{ik}}{\partial x^k} = -\frac{c}{3\kappa_R \rho} \frac{\partial E_{\text{co}}}{\partial x^i}$$

Flux-limited diffusion

$$F_{\text{co}}^i = -\lambda \frac{c}{\kappa_R \rho} \frac{\partial E_{\text{co}}}{\partial x^i}$$

• エディントン因子

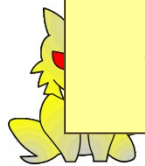
Isotropic assumption may break down in the relativistic regime even in the comoving frame.

NOBINT 1993, 1994

• シミュレーション

Diffusion assumption may break down in the optically thin and/or relativistic regimes even in the comoving frame.

Onsuga 2000

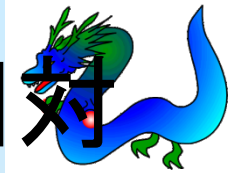




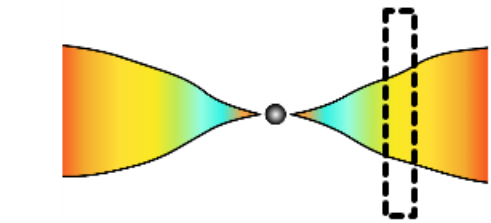
相対論的輻射流体の応用編

福江 純 @ 大阪教育大学

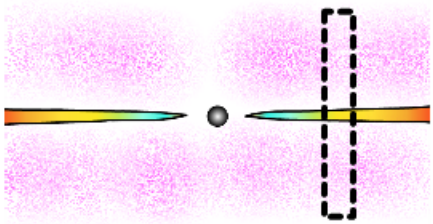




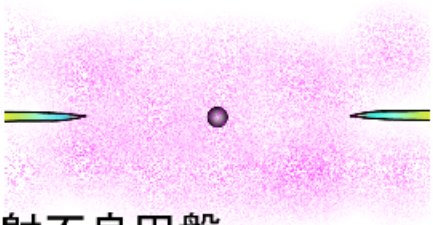
2. Motivation 従来の定式化の下で相対論的輻射流を調べた (Fukue 2005)



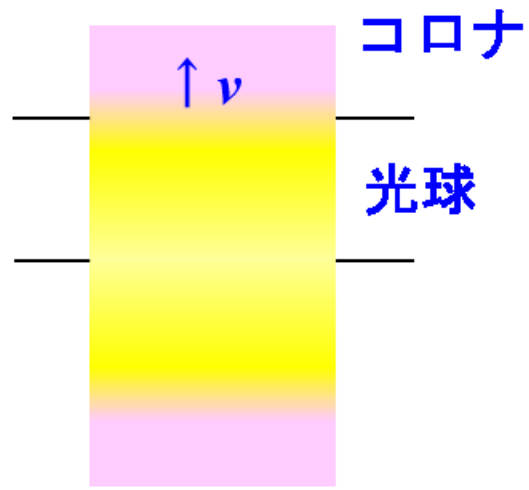
超臨界円盤



標準円盤

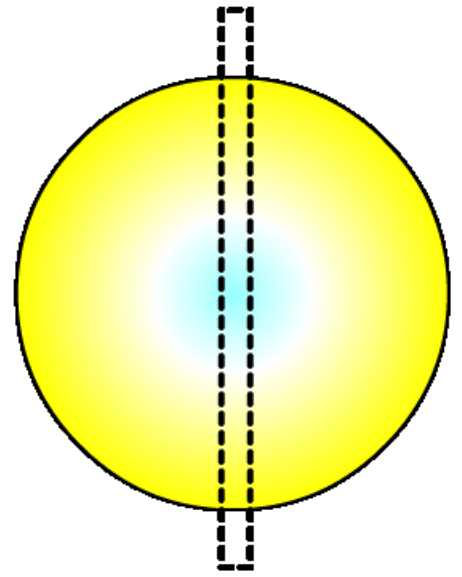


輻射不良円盤



円盤内 (輻射球内) の輻射圧駆動プラズマ流を鉛直方向 (半径方向) に輻射輸送を考慮して解く。

表面が動いているとして正しい境界条件を用いる。



ガンマ線バースト



2. RRHD

$v = c/\sqrt{3}$ で特異性が出現

$$cJ \frac{du}{d\tau} = -\frac{\gamma}{c} \frac{F(1 + 4u^2) - 4cP\gamma u}{1 - 2u^2},$$

or

$$c^2 J \gamma^2 \frac{d\beta}{d\tau} = -\frac{F(1 + 3\beta^2) - 4cP\beta}{\underline{1 - 3\beta^2}},$$

$$u^2 = 1/2$$

or

$$\beta^2 = 1/3$$

で分母=0!

平行平板(1次元定常輻射流)で、 τ は表面からの光学的厚み

$u = \gamma\beta = \gamma v/c$: 流れの4元速度、 $\beta = v/c$

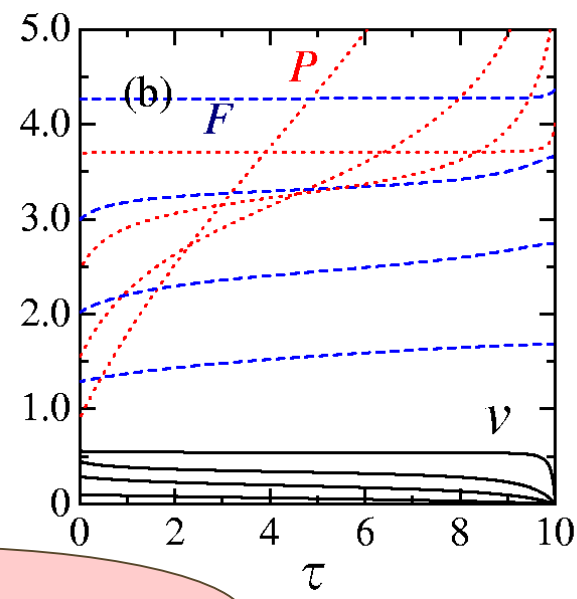
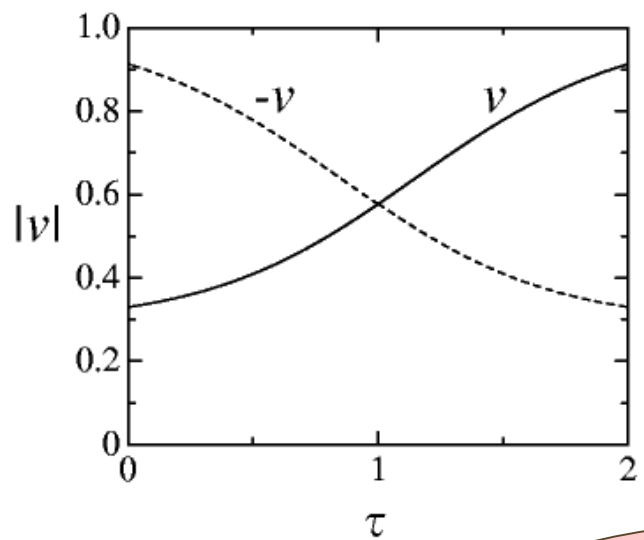
F : 輻射流束、 P : 輻射ストレス、 J : 質量流束





2. Motivation 従来の定式化の下では

- 特異性を通過する遷音速解はあるが、輻射抵抗で減速する解で境界条件も満たさず、**不適**
- 加速する解で、かつ表面境界条件を満たすのは、特異性を通過しない**亜音速解**だけだった



光速まで加速できない！



2. RRHD 問題はclosure relationの妥当性

特異性の原因を辿ると
エディントン近似に行き着く。

$$P_0^{ij} = \frac{\delta^{ij}}{3} E_0,$$

従来の定式化では、

P_0 : 流体共動系での輻射ストレス(テンソル)

E_0 : 流体共動系での輻射エネルギー密度

$$P_0 = f E_0 : f = 1/3$$

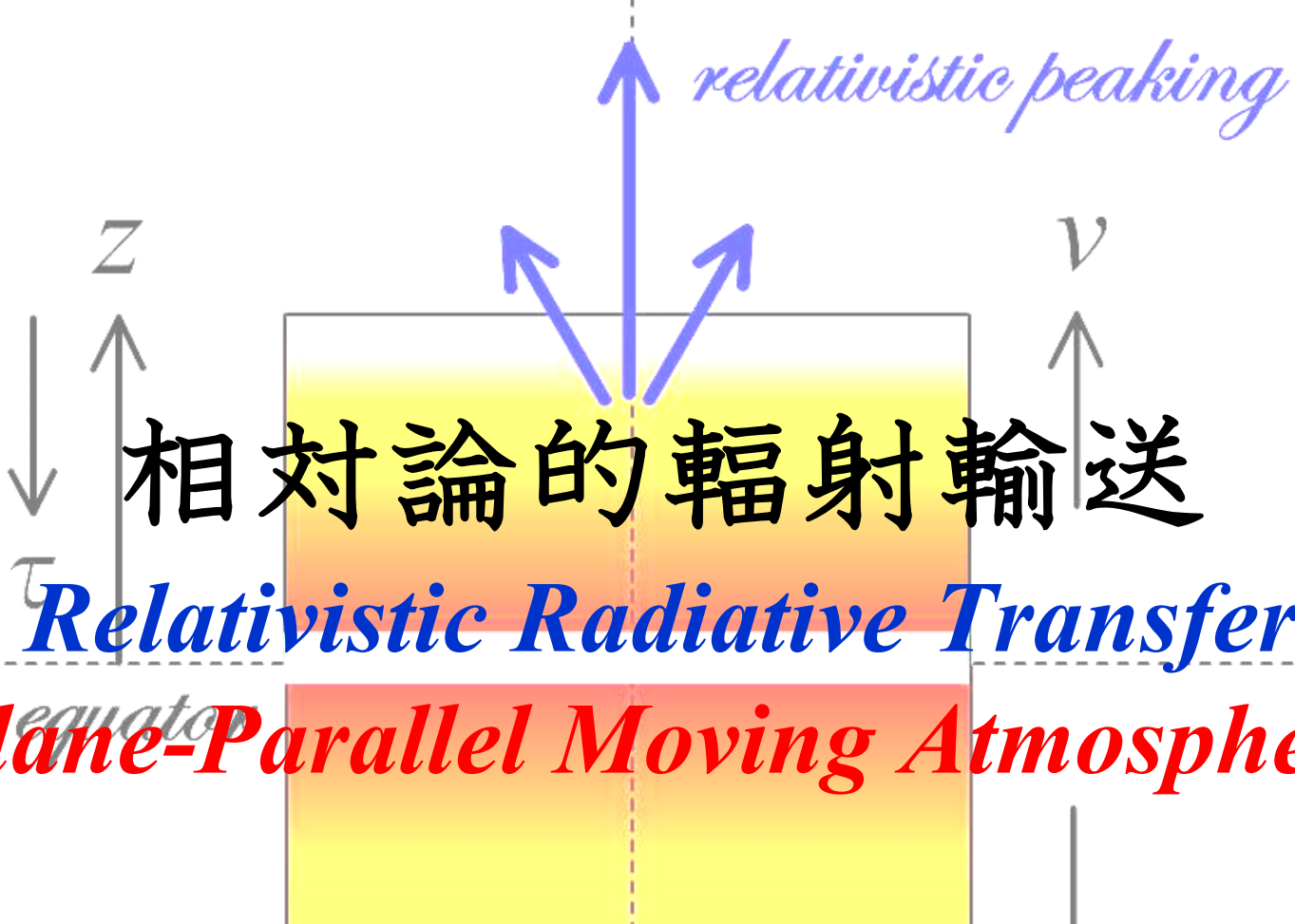
と置くが、これは $v \sim c$ ($\beta \sim 1$) で成り立つのか？

大きな速度勾配によって等方性近似が悪くなる

※※※打切り誤差







相对論的輻射輸送

Relativistic Radiative Transfer

Plane-Parallel Moving Atmosphere

相对論的輻射輸送方程式を
マジメに解く

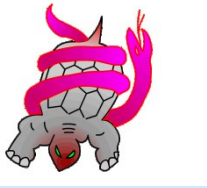




5 相对論的輻射輸送方程式の 形式解

**Relativistic Formal Solutions of
Relativistic Radiative Transfer Equation in
Relativistic Plane-Parallel Flows**

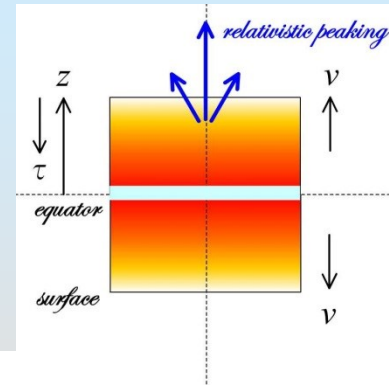




相對論的輻射輸送方程式

Fukue 2014, 2015

- ❁ 定常、一次元平行平板流
- ❁ 等方散亂



$$\mu \frac{dI}{dz} = \rho_0 \frac{1}{\gamma^3 (1 - \beta\mu)^3} \left[\frac{j_0}{4\pi} - (\kappa_0 + \sigma_0) I_0 + \sigma_0 J_0 \right], \quad (1)$$

變換

$$I_0 = \gamma^4 (1 - \beta\mu)^4 I, \quad (2)$$

$$\nu_0 = \gamma (1 - \beta\mu) \nu, \quad (3)$$

$$\mu_0 = \frac{\mu - \beta}{1 - \beta\mu}, \quad (4)$$

$$J_0 = \gamma^2 (J - 2\beta H + \beta^2 K), \quad (5)$$

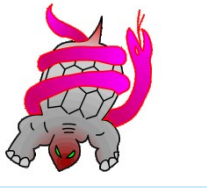
$$H_0 = \gamma^2 [(1 + \beta^2) H - \beta (J + K)], \quad (6)$$

$$K_0 = \gamma^2 (\beta^2 J - 2\beta H + K). \quad (7)$$

In addition, the Eddington factor f is defined as

$$f \equiv \frac{K_0}{J_0}. \quad (8)$$





相對論的輻射輸送方程式

❁ “光学的厚み” (ここでは無次元座標、注意)

$$d\tau = -(\kappa_0 + \sigma_0) \rho_0 dz, \quad (9)$$

$$\mu \frac{dI}{d\tau} = \frac{1}{\gamma^3 (1 - \beta\mu)^3} \left[\gamma^4 (1 - \beta\mu)^4 I - S_0 \right]. \quad (10)$$

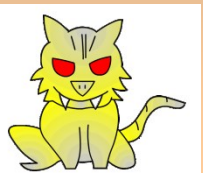
Here,

$$S_0 = \frac{j_0}{4\pi} \frac{1}{\kappa_0 + \sigma_0} + \frac{\sigma_0}{\kappa_0 + \sigma_0} J_0 \quad (11)$$

$$S_0 = \varepsilon_0 B_0 + (1 - \varepsilon_0) J_0, \quad (12)$$

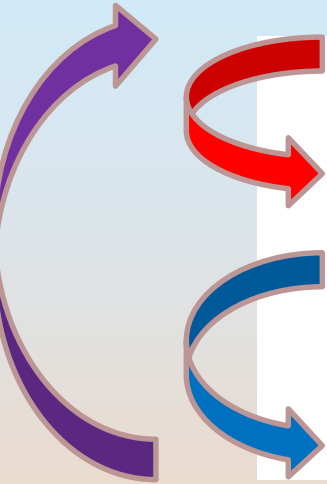
where

$$\varepsilon_0 \equiv \frac{\kappa_0}{\kappa_0 + \sigma_0} \quad (13)$$





輻射輸送方程式(輻射場) 流体方程式(速度場)

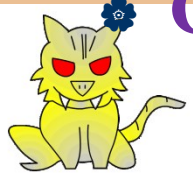


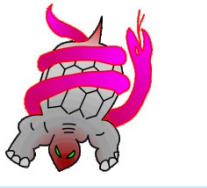
$$\mu \frac{dI}{d\tau} = \gamma(1 - \beta\mu)I - \frac{1}{\gamma^3(1 - \beta\mu)^3} J_0,$$

$$c^2 j \frac{d\beta}{d\tau} = -\frac{4\pi H_0}{\gamma^2}.$$

- ❁ Cycle 0 IC: $\beta(r), H_0(r)$
- ❁ Cycle 1A radiation I
- ❁ Cycle 1B velocity β
- ❁ Cycle 2 to L repeat

- ❁ パラメータ
- τ^* (光学的厚み)
- β_{out} (終端速度)
- ❁ 固有値
- \dot{J} (質量放出率)

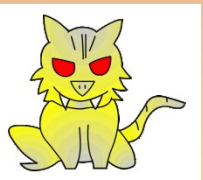
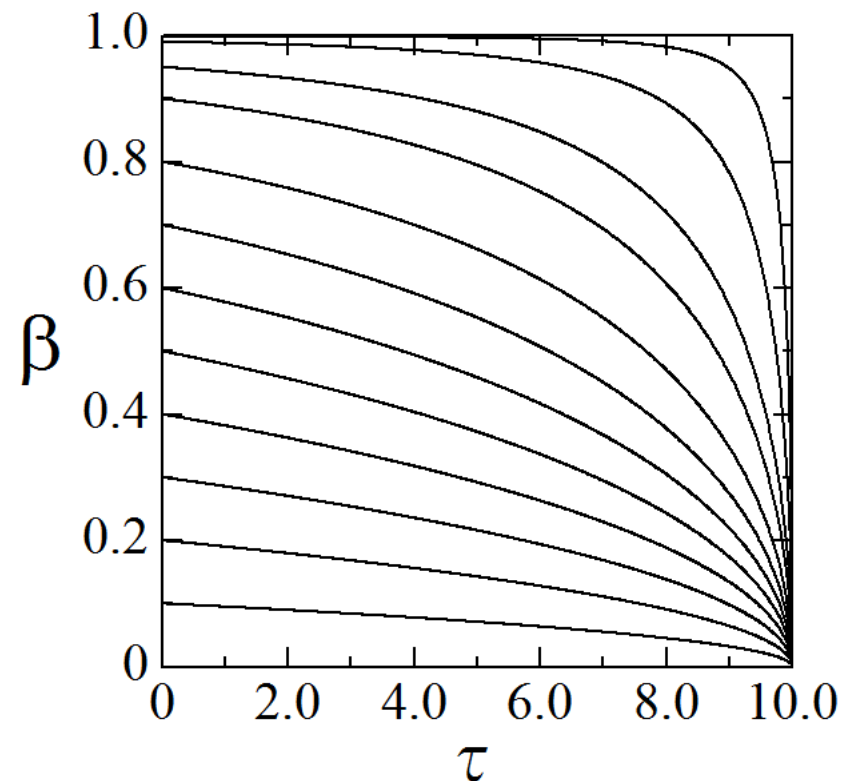




相對論的輻射輸送方程式

❁ 速度場

$$\gamma = (\gamma_s - 1) \left(1 - \frac{\tau}{\tau_b} \right) + 1,$$





相對論的形式解

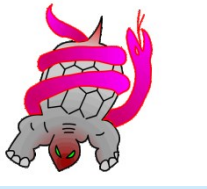
- ❁ 非相對論と同様に形式的に積分

$$\frac{dI}{d\tau} - \frac{\gamma(1 - \beta\mu)}{\mu} I = -\frac{1}{\mu} \frac{1}{\gamma^3 (1 - \beta\mu)^3} S_0. \quad (16)$$

$$X \equiv \exp\left(-\frac{1}{\mu} \int^\tau \gamma dt + \int^\tau \gamma\beta dt\right), \quad (17)$$

$$\frac{d}{d\tau} (XI) = -\frac{1}{\mu} \frac{X}{\gamma^3 (1 - \beta\mu)^3} S_0, \quad (18)$$





相対論的形式解

- ❁ 非相対論と同様に形式的に積分

$$e^{-G(t)/\mu+U(t)} I|^\tau = - \int \frac{e^{-G(t)/\mu+U(t)}}{\mu\gamma^3(1-\beta\mu)^3} S_0 dt, \quad (19)$$

$$|G(t) \equiv \int^t \gamma(t') dt', \quad (20)$$

$$U(t) \equiv \int^t \gamma(t')\beta(t') dt'. \quad (21)$$





相對論的形式解



Integrating from τ_b to τ , we formally have the upward intensity $I^+(\tau, \mu > 0)$ as

$$I^+(\tau, \mu) = e^{-\frac{G(\tau_b) - G(\tau)}{\mu} + U(\tau_b) - U(\tau)} I^+(\tau_b, \mu) + \int_{\tau}^{\tau_b} \frac{e^{-\frac{G(t) - G(\tau)}{\mu} + U(t) - U(\tau)}}{\mu \gamma^3 (1 - \beta \mu)^3} S_0 dt, (22)$$

whereas integrating from 0 to τ , we have the downward intensity $I^-(\tau, \mu < 0)$ as

$$I^-(\tau, \mu) = \int_0^{\tau} \frac{e^{-\frac{G(\tau) - G(t)}{(-\mu)} - [U(\tau) - U(t)]}}{(-\mu) \gamma^3 [1 + \beta(-\mu)]^3} S_0 dt. (23)$$

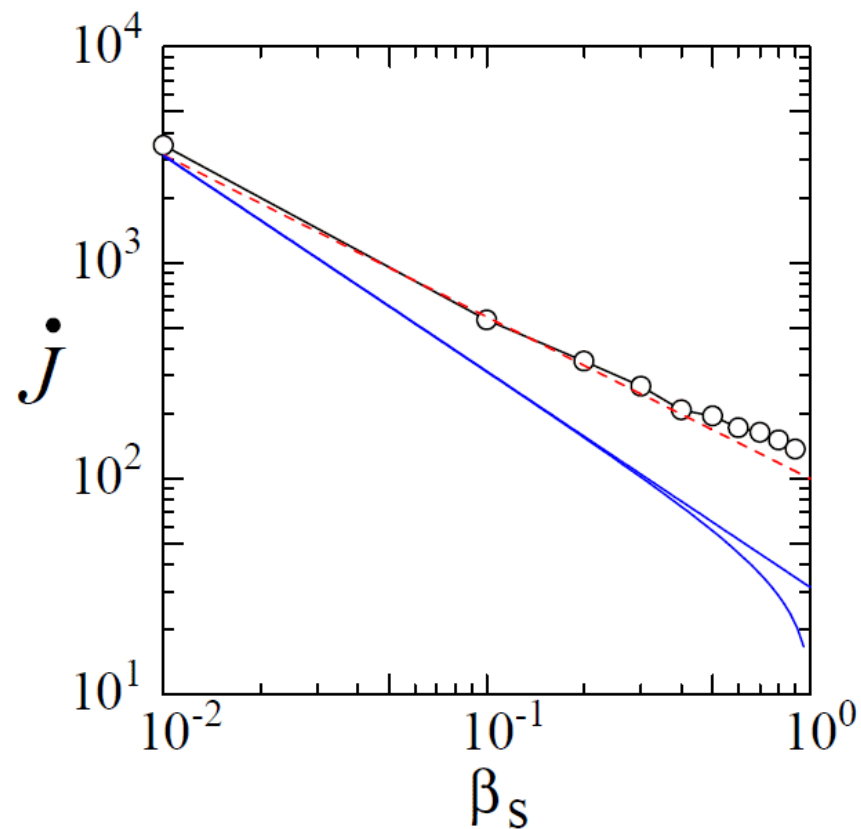
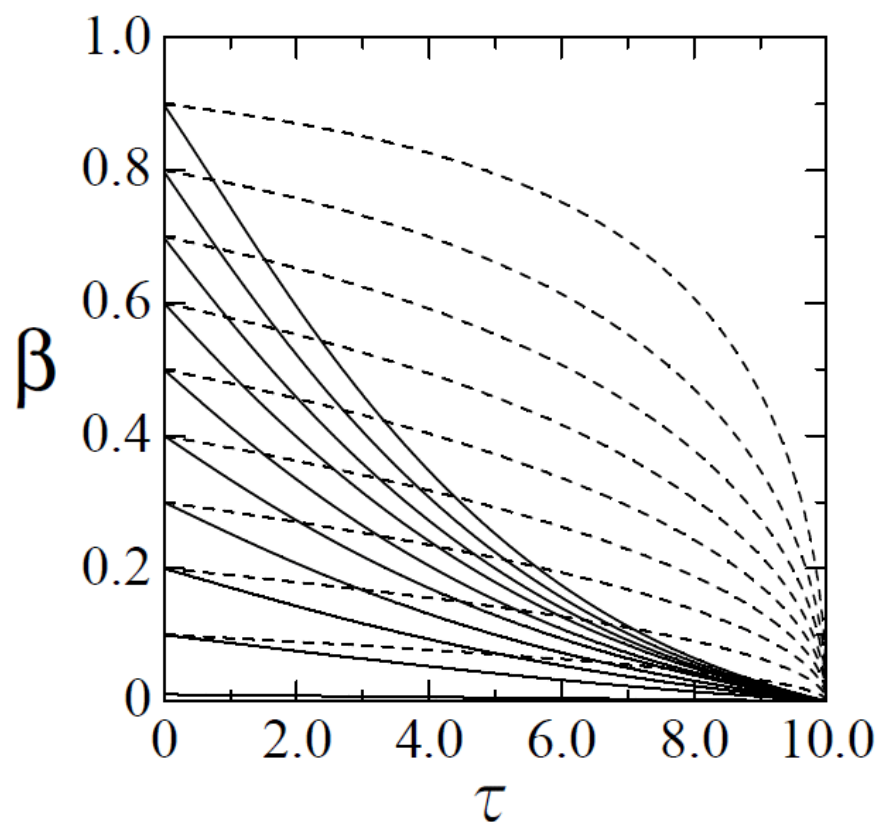




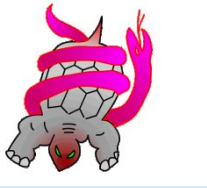
収束した解の例

❁ 収束した速度場

❁ 質量放出率(固有値)

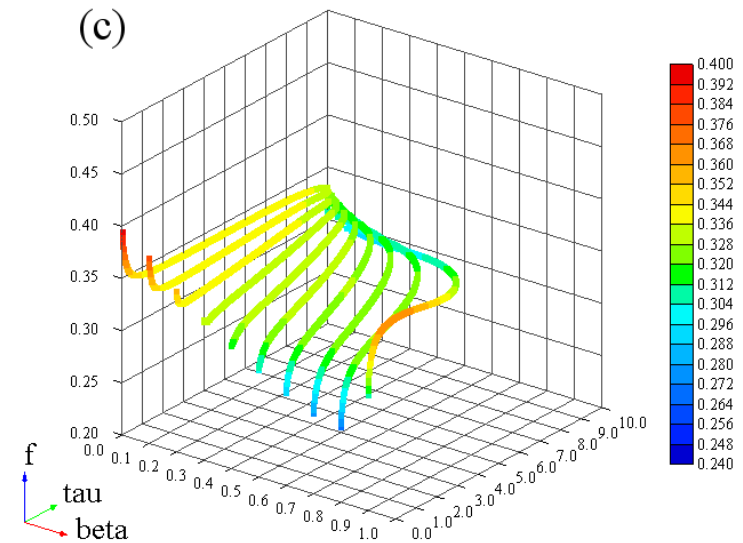
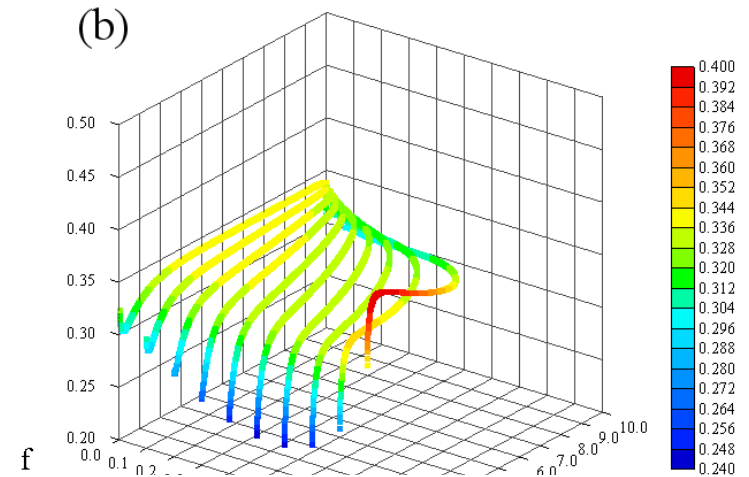
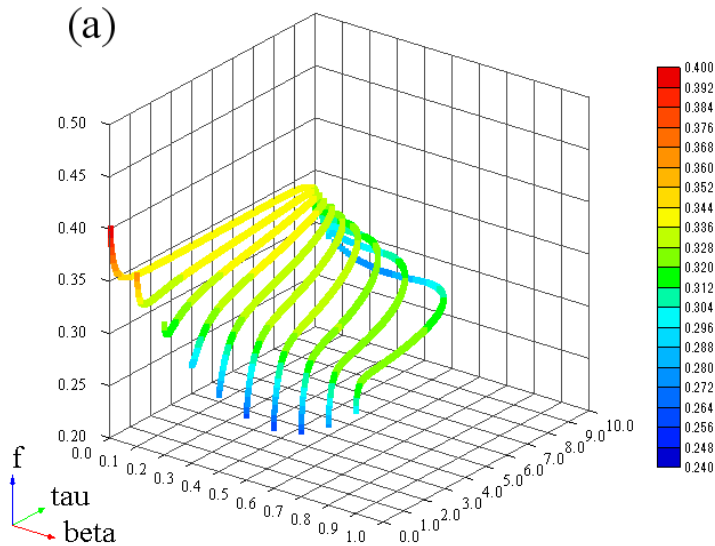


エディントン因子の振る舞い



❁ $f(\beta, \tau)$

- RE
- LTE ($b=0$)
- LTE ($b=1.5$)







相対論的球対称流における 輻射場と速度場の同時解

Relativistic Radiative Transfer

Relativistic Formal Solution

Spherical Flow

福江 純 @ 大阪教育大学





従来の研究

相対論的輻射圧駆動球対称流

輻射圧駆動風: 中性子星風、BH風

Ruggles and Bath 1979

Paczynski 1986

Paczynski and Proczynski 1985

Turolla+ 1986

Nobili+ 1994 (Eddington)

輻射優勢降着流: BH降着流

Tamazawa+ 1975

Flammang 1982

Blondin 1986

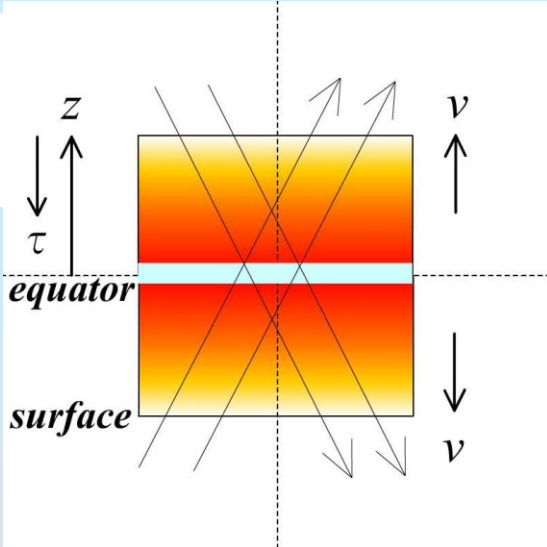
Miller 1990

Nobili 1991

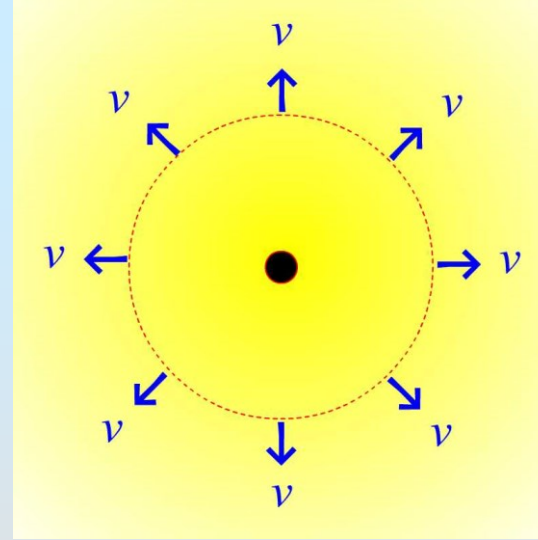
$$f = \frac{1 + \tau}{1 + 3\tau}$$

輻射圧で駆動する球対称流に関する研究は、非相対論的および相対論的を含め、数多くあります。しかし大部分は、(輻射輸送方程式でなく)モーメント式とクロージャー関係を用いたものです。





0 やったこと



❁ 相対論的平行平板流の相対論的形式解の導出

- 速度場を与えて相対論的輻射輸送を解く

Fukue 2014

- 速度場と輻射場を同時に解く

Fukue 2015

2019/8/17

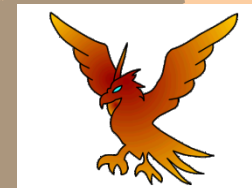
❁ 相対論的球対称流の相対論的形式解の導出

- 速度場を与えて相対論的輻射輸送を解く

Fukue 2017a

- 速度場と輻射場を同時に解く！

Fukue 2017b?





相对論的球対称輻射流



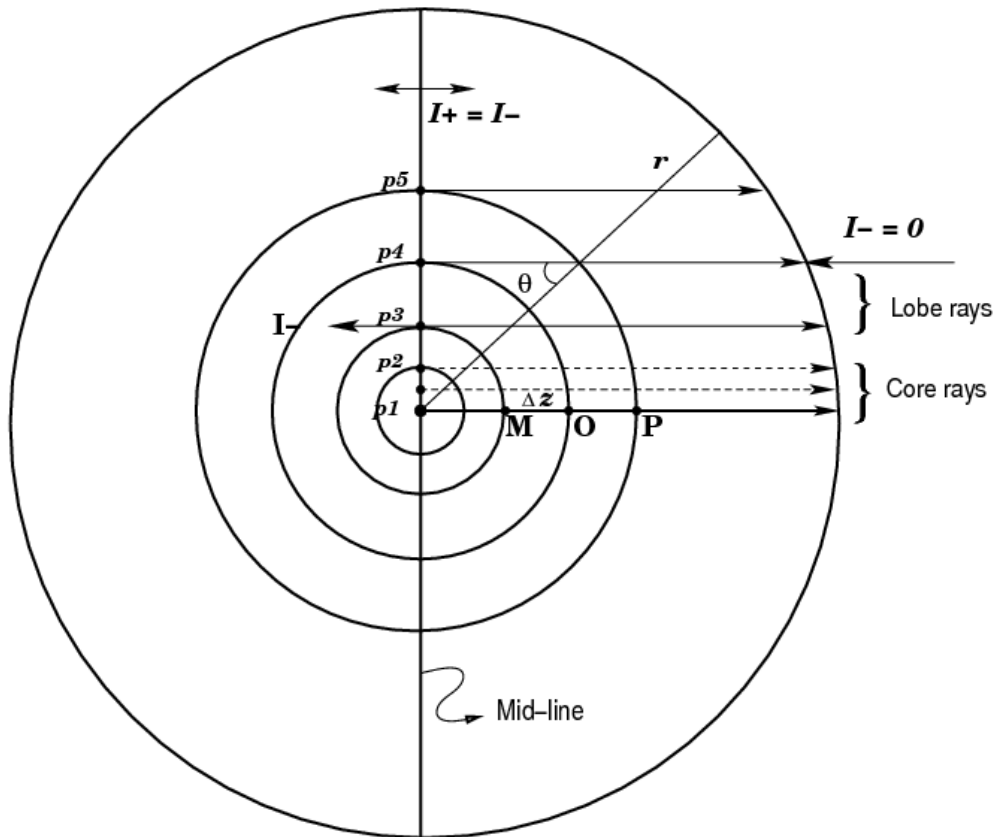
相对論的輻射輸送方程式を
マジメに解く



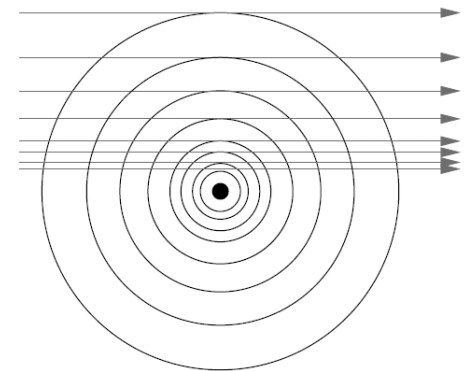
Impact Parameter Method

Tangent Ray Method

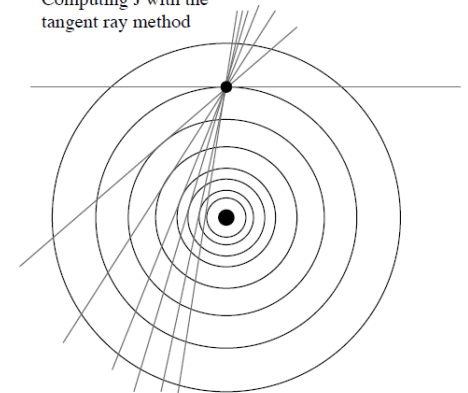
Hummer and Rybicki 1971



Tangent ray method



Computing J with the tangent ray method

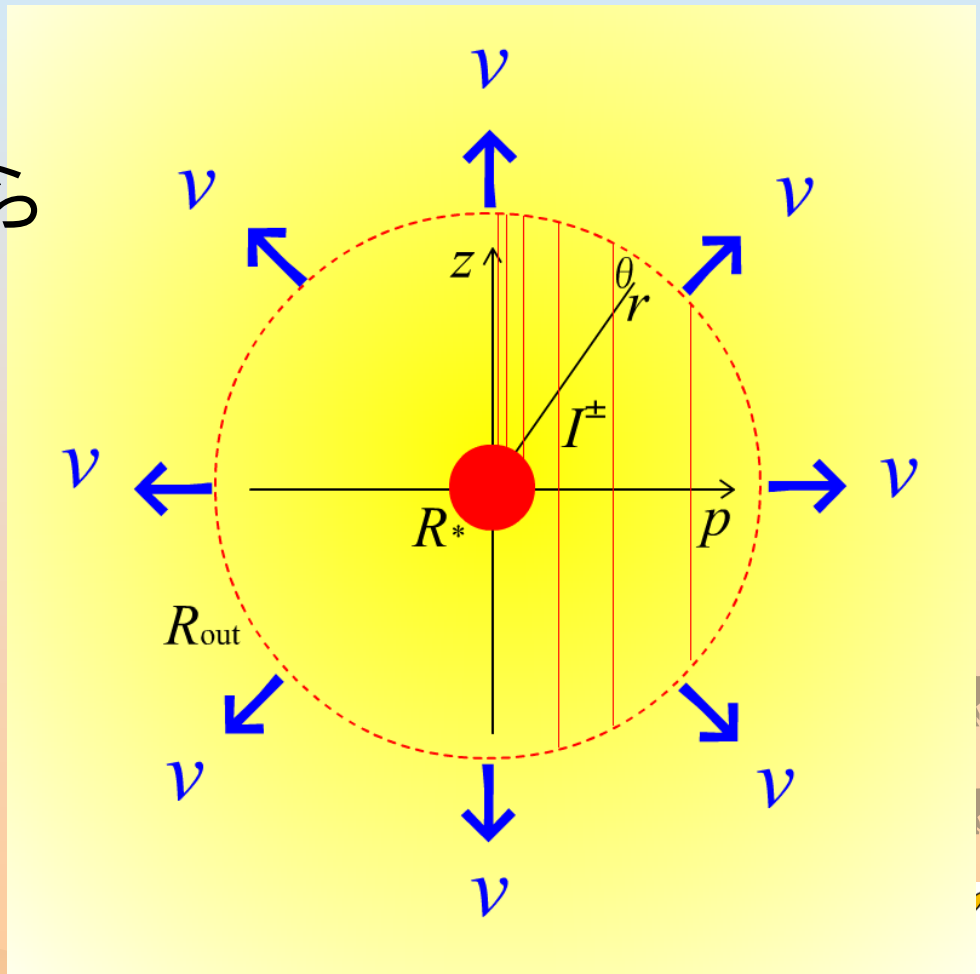


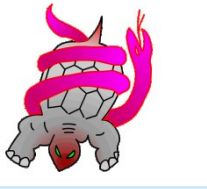


相対論的球対称流

- ❁ 定常一次元球対称流
- ❁ 速度は流体方程式から計算されたもの

- ❁ 灰色近似
- ❁ $v(r), \rho(r), S(r)$
- ❁ $I^+(p,z), I^-(p,z)$
- ❁ $r^2 = p^2 + z^2$





相對論的輻射輸送方程式

❁ 定常、球對稱、等方散亂

$$\pm \frac{\partial I^\pm(p, z)}{\partial z} = - \frac{(\kappa_0 + \sigma_0)\rho_0}{\gamma^3(1 - \boldsymbol{\beta} \cdot \mathbf{l})^3} \left[\gamma^4(1 - \boldsymbol{\beta} \cdot \mathbf{l})^4 I^\pm - S_0 \right], \quad (8)$$

where

$$S_0(r) = \frac{j_0}{4\pi} \frac{1}{\kappa_0 + \sigma_0} + \frac{\sigma_0}{\kappa_0 + \sigma_0} J_0$$

$$S_0 = \varepsilon_0 B_0 + (1 - \varepsilon_0) J_0,$$

$$\varepsilon_0 \equiv \kappa_0 / (\kappa_0 + \sigma_0)$$

$$I_0 = \gamma^4(1 - \boldsymbol{\beta} \cdot \mathbf{l})^4 I,$$

$$\boldsymbol{\beta} \cdot \mathbf{l} = \pm \beta(r) \cos \theta = \pm \beta(r) \frac{z}{r}$$

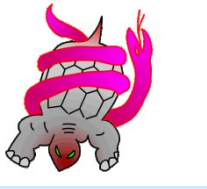
$$J_0 = \gamma^2 (J - 2\beta H + \beta^2 K),$$

$$H_0 = \gamma^2 [(1 + \beta^2) H - \beta(J + K)],$$

$$K_0 = \gamma^2 (\beta^2 J - 2\beta H + K),$$

$$f \equiv \frac{K_0}{J_0}.$$





相对論的形式解

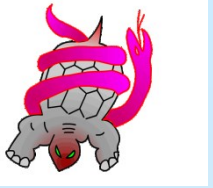
❁ 非相对論と同様に形式的に積分

$$\begin{aligned} I^+(p, z) = & e^{G(p, z_*) - G(p, z) - U(p, z_*) + U(p, z)} I^*(p, z_*) \\ & + \int_0^z \frac{e^{G(p, \zeta) - G(p, z) - U(p, \zeta) + U(p, z)}}{\gamma^3 \left(1 - \beta \frac{\zeta}{r}\right)^3} \\ & \times (\kappa_0 + \sigma_0) \rho_0 S_0 d\zeta, \end{aligned} \quad (17)$$

where $z_* \equiv \sqrt{R_*^2 - p^2}$ if the luminous core exists. On the other hand, integrating from $z_{\text{out}} (= \sqrt{R_{\text{out}}^2 - p^2})$ to z , we have the downward intensity $I^-(p, z)$ as

$$\begin{aligned} I^-(p, z) = & - \int_{z_{\text{out}}}^z \frac{e^{[G(p, z) - G(p, \zeta)] + [U(p, z) - U(p, \zeta)]}}{\gamma^3 \left(1 + \beta \frac{\zeta}{r}\right)^3} \\ & \times (\kappa_0 + \sigma_0) \rho_0 S_0 d\zeta, \end{aligned} \quad (18)$$





相対論的流体方程式

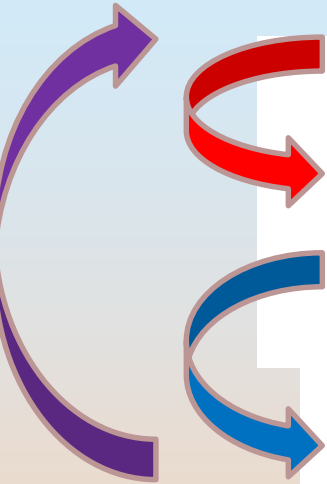
- ❁ 定常、球対称、重力なし、ガス圧なし

$$4\pi r^2 \rho_0 \gamma v = 4\pi r^2 \rho_0 c \gamma \beta = \dot{M},$$

$$\begin{aligned} c^2 u \frac{du}{dr} &= c^2 \gamma^4 \beta \frac{d\beta}{dr} \\ &= \cancel{-\frac{d\psi}{dr}} - \gamma^2 \cancel{\frac{c^2}{\varepsilon + p} \frac{dp}{dr}} + \frac{\rho_0 c^2}{\varepsilon + p} \frac{\kappa_0 + \sigma_0}{c} \gamma 4\pi H_0, \\ &= \frac{\kappa_0 + \sigma_0}{c} \gamma 4\pi H_0, \end{aligned}$$



輻射輸送方程式(輻射場) 流体方程式(速度場)



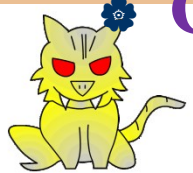
$$\mu \frac{dI}{d\tau} = \gamma(1 - \beta\mu)I - \frac{1}{\gamma^3(1 - \beta\mu)^3} J_0,$$

$$\hat{r}^2 \frac{\rho_0}{\rho_*} \frac{\gamma\beta}{\gamma_*\beta_*} = 1,$$

$$\dot{m}\gamma^2 \frac{d\beta}{d\hat{r}} = \tau_* \frac{\kappa_0 + \sigma_0}{\kappa_*} \frac{\rho_0}{\rho_*} \frac{4\pi H_0}{\pi I_*} \hat{r}^2,$$

- ❁ Cycle 0 IC: $\beta(r), H_0(r)$
- ❁ Cycle 1A radiation I
- ❁ Cycle 1B velocity β
- ❁ Cycle 2 to L repeat

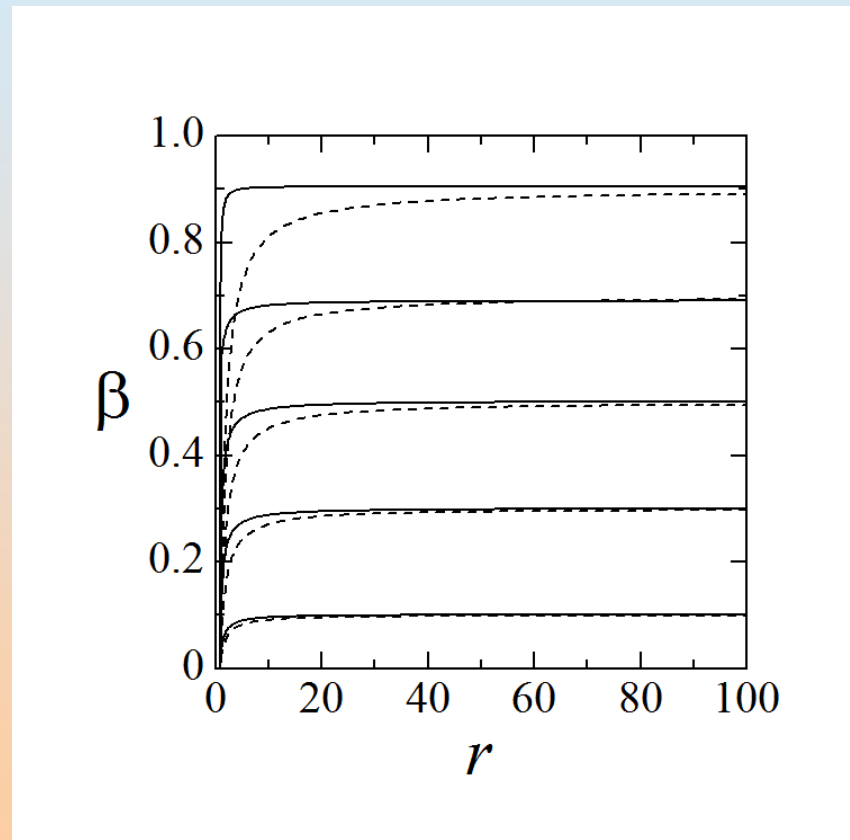
- ❁ パラメータ
- τ_* (光学的厚み)
- β_{out} (終端速度)
- ❁ 固有値





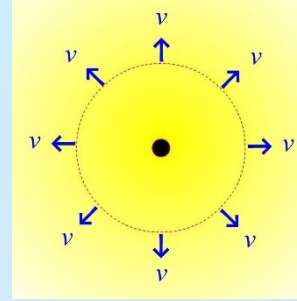
速度場

- ❁ 球状光源: R^* 、 I^*
 - ❁ 散乱のみ: $S_0 = J_0$
 - ❁ パラメータ
 - β_{out}
 - $\tau^* = 3$
 - ❁ $R_{in} = R^*$; $R_{out} = 100R^*$
 - ❁ 破線: 初期条件
 - ❁ 実線: 収束結果
- コア近傍で加速





モーメント量

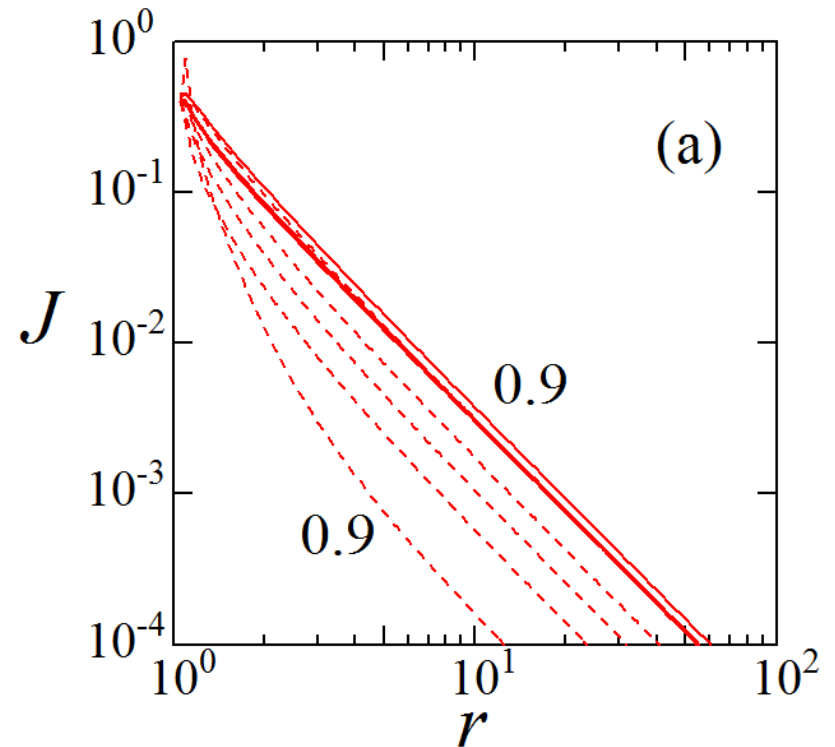


- 平均強度 J (波線: 共動系、実線: 静止系)
- $\tau^* = 3 (R_{out} = 100R^*)$

低速

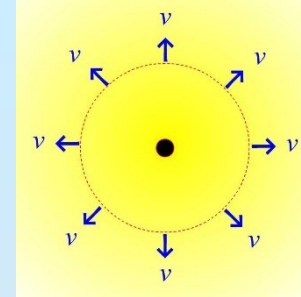
$$J \propto r^{-3} \sim r^{-2}$$

高速





モーメント量



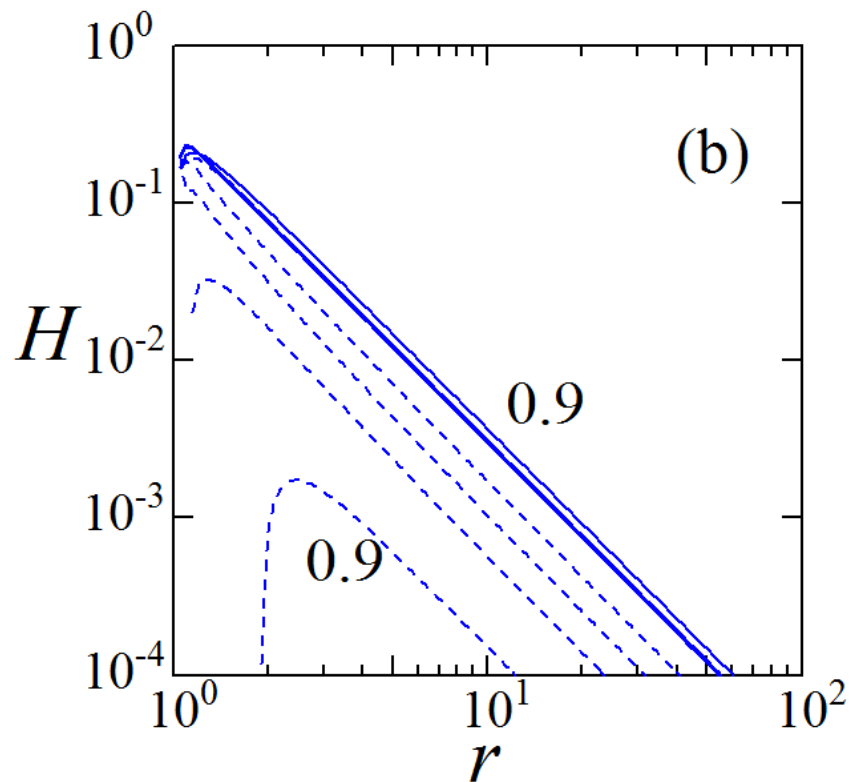
- 平均流束 H (波線: 共動系、実線: 静止系)
- $\tau^* = 3$ ($R_{\text{out}} = 100R^*$)

低速

$$H \propto r^{-2}$$

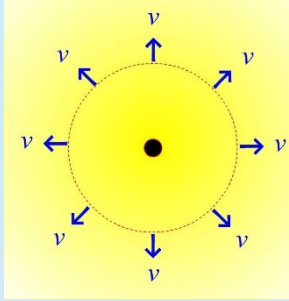
高速

➤ 輻射抵抗の効果





エディントン因子 $f=K_0/J_0$



❁ $\tau^*=3 (R_{\text{out}}=100R^*)$

❁ 低速

$$f=1/3\sim 1$$

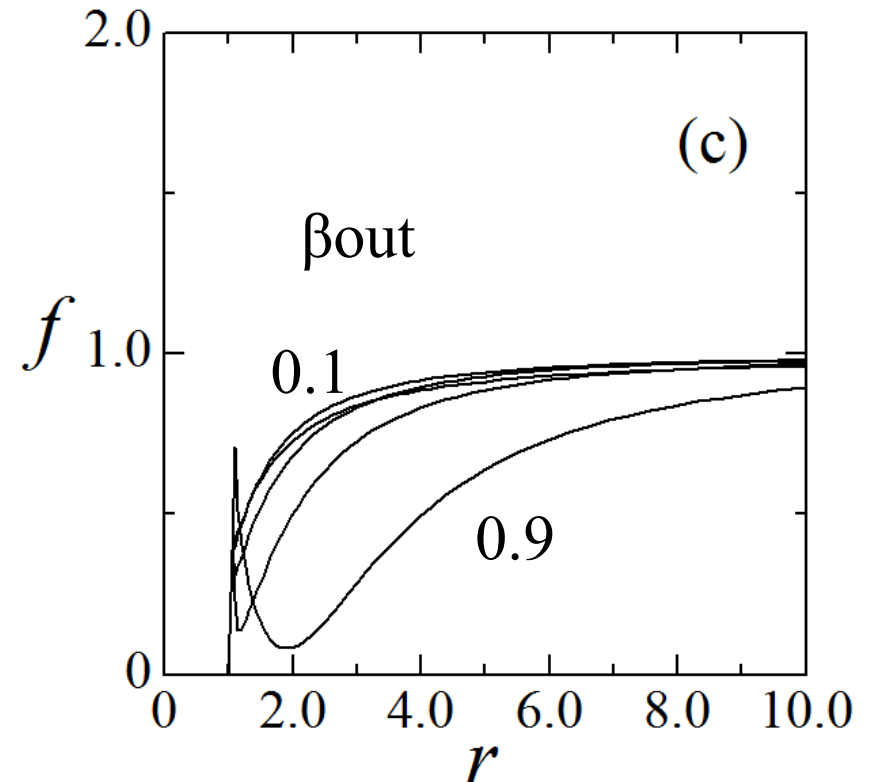
幾何学的効果

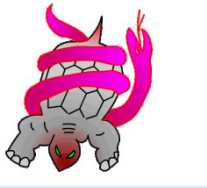
❁ 高速

$$f=1\sim 1/3\text{より小}\sim 1$$

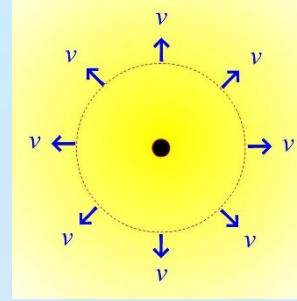
光行差

複雑な振る舞い





出射強度★

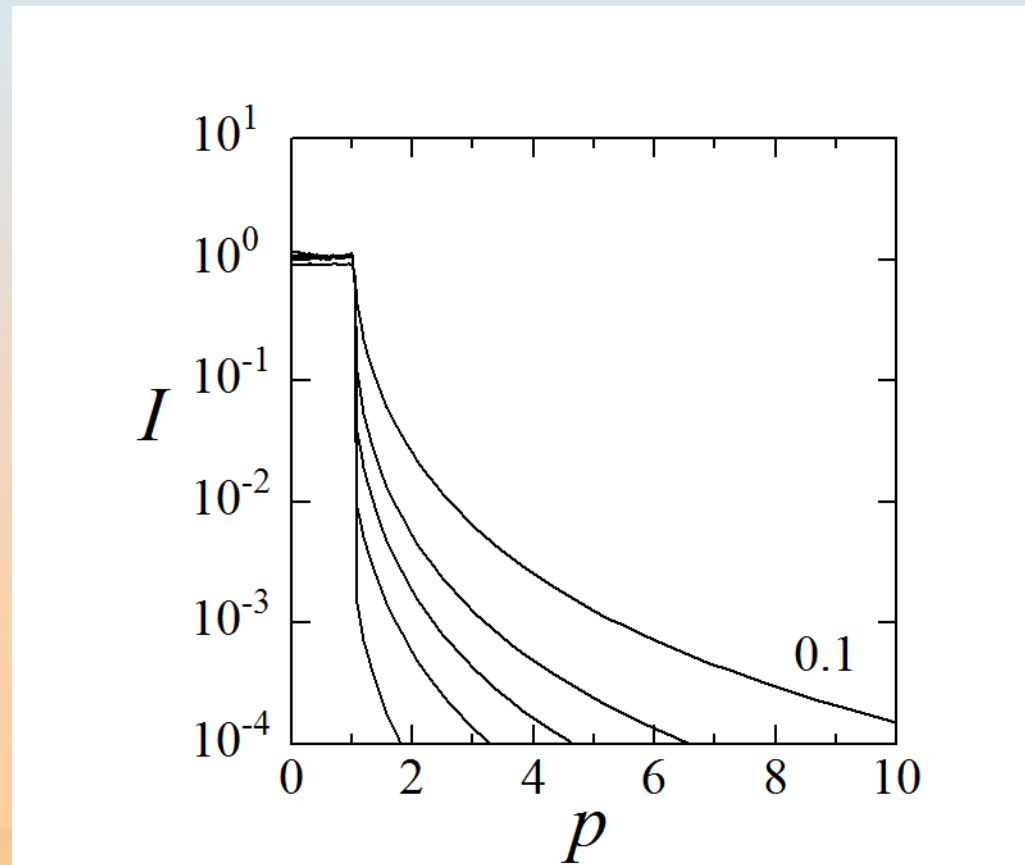


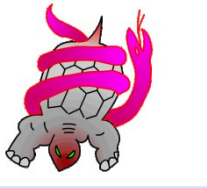
❁ 表面輝度 $I^+(p, z_{\text{out}})$... 輻射輸送を解かないと
わからない

❁ $\tau^* = 3$ ($R_{\text{out}} = 100R^*$)

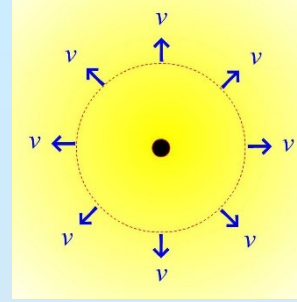
❁ 低速
コア~エンベロップ

❁ 高速
希薄化





物理量の関係



❁ 数値計算 (○—○)

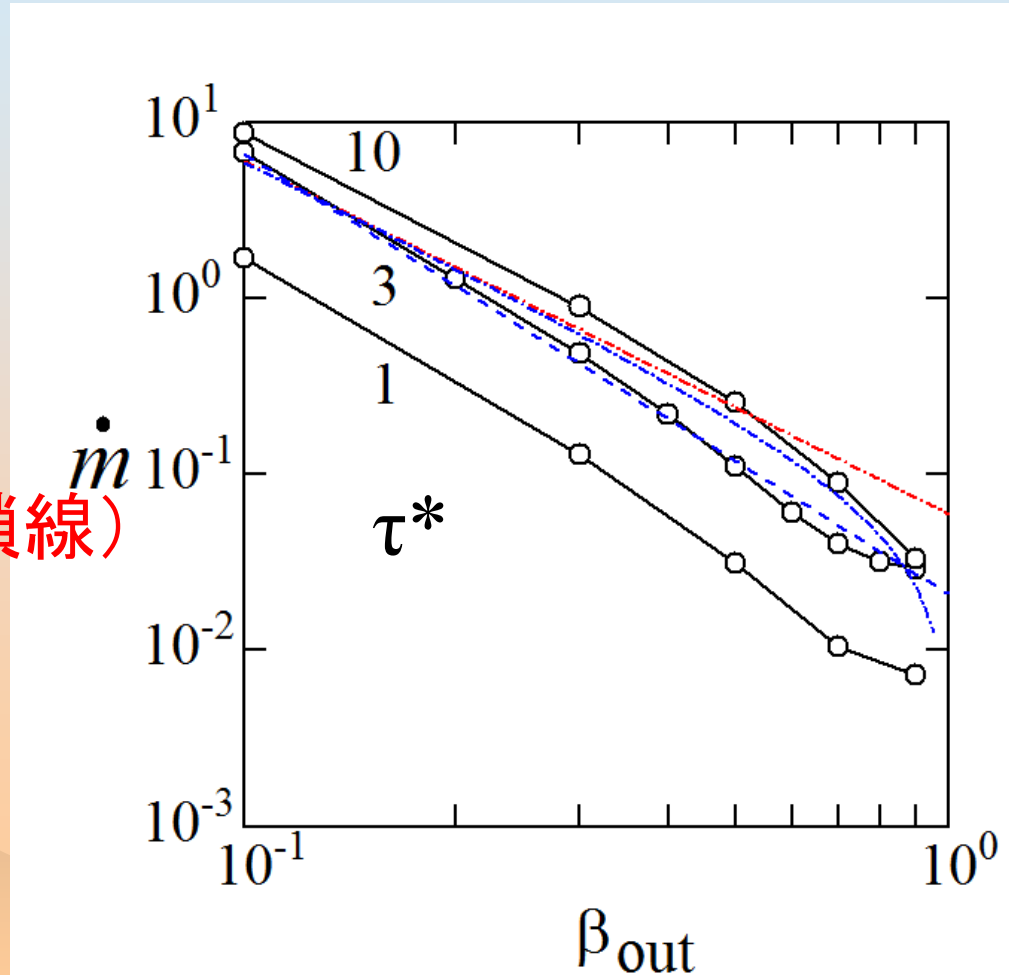
❁ フィット式 (破線)

- $$m = \tau_* \beta_* \beta_{out}^{-5/2}$$

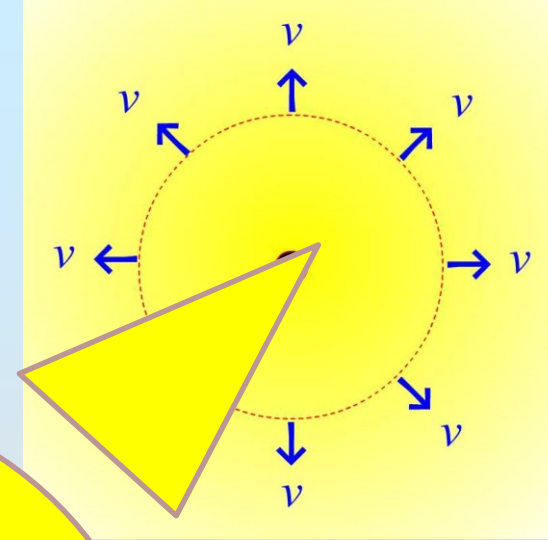
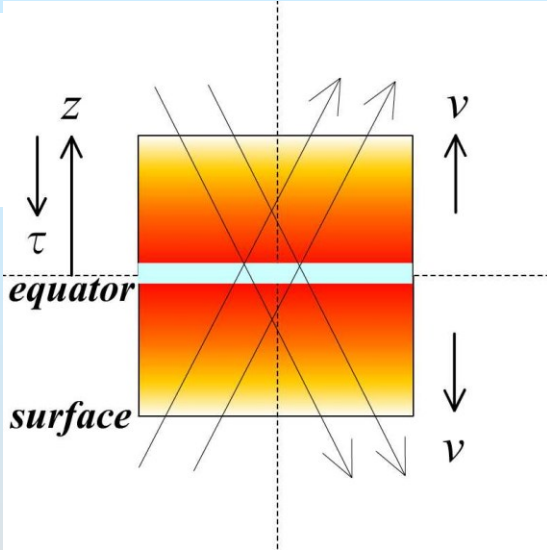
❁ 封筒裏計算 (一点鎖線)

- $$m = \tau_* \beta_* \beta_{out}^{-2}$$

- $$m = \tau_* \gamma_* \beta_* / (\gamma_{out} - 1)$$



4 次の課題



**重力場を入れた
輻射圧駆動
球対称風
球対称降着
降着円盤風**

❁ 相対論的平行平板
の相対論的式解
導出

➤ 速度場を与えて相対論的輻射輸送を解く

Fukue 2014

➤ 速度場と輻射輸送を同時に解く

Fukue 2015

2019/8/17

球対称流の
解

速度場を与えて相対論的輻射輸送を解く

Fukue 2017

➤ 速度場と輻射輸送を同時に解く

Fukue 2017?







相対論的輻射流体力学の定式化

6 今後の課題

Relativistic Radiation Hydrodynamics

6 Open Problems





今後のお宝：天体現象

輻射場が重要な相対論的天体現象全般

- ❁ ブラックホール降着流：光子捕捉
- ❁ 相対論的天体風：超相対論的ジェット
- ❁ 相対論的爆発：GRBファイアボール
- ❁ ニュートリノ円盤：ニュートリノトールラス
- ❁ 初期宇宙：最初の降着円盤、最初のジェット





今後のお宝：基礎過程

基礎過程：相対論的輻射流体力学の定式化

- 解析的な問題(エディントン因子の導出)
球対称、振動数依存、線スペクトル
- 数値的な問題(光学的厚みが大い)
- 数値的な問題(光速近く; 光行差で光線が収束)

亜光速風中の輻射輸送

- 降着円盤風
- 球対称風
- 照射の効果



相対論的輻射流体風

- 降着円盤風
- 球対称風
- 回転の効果
- ガス圧、磁場の効果
- 電子・陽電子対
- ニュートリノ

ブラックホール風の見え方

- 見かけの光学的厚み
- 温度分布、光度、スペクトル



輻射流体森
球状

輻射流体林
平板

見えっ原

輻射輸送浜：平板

光玉入江

輻射輸送浜：球状

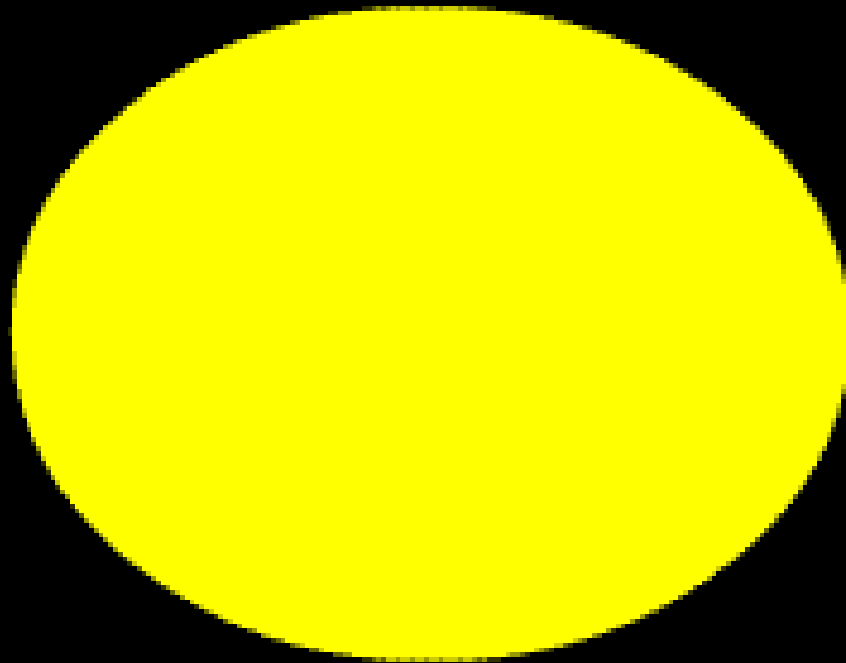
宝島の
地図

定式化峰

ジェット岬

BH嵐

GRB絶壁





参考図書

- Chandrasekhar, S. 1960, {Radiative Transfer} (Dover Publishing, Inc., New York). 古典的テキスト
- Menzel, D. H. 1966, Selected Papers on the Transfer of Radiation (Dover) 輻射輸送の初期論文を集めたもの
- Mihalas, D. 1970, {Stellar Atmospheres} (W.H. Freeman and Co., San Francisco). 古典的テキスト
- Pomraning, G. C. 1973, The Equations of Radiation Hydrodynamics (Dover) たぶん不要
- Sobolev, V. V. 1975, Light Scattering in Planetary Atmospheres (Pergamon Press, Oxford) 未読、有名なSobolevのテキスト(だと思う)
- Rybicki, G. B. and Lightman, A. P. 1979, {Radiative Processes in Astrophysics} (Wiley, New York). 高エネルギーが詳しい
- Mihalas, D. and Mihalas, B. W. 1984, {Foundations of Radiation Hydrodynamics} (Oxford University Press, Oxford). パイブル、ただし、初心者にはとっつきにくい
- Shu, F. H. 1991, {The Physics of Astrophysics Vol. 1: Radiation} (University Science Books, California). 簡潔すぎる
- Gray, D. F. 1992, The Observation and Analysis of Stellar Photospheres (Cambridge University Press, Cambridge). 観測系と吸収線などが詳しい
- Yanovitskij, E. G. 1997, Light Scattering in Inhomogeneous Atmospheres (Springer-Verlag, Berlin) 未読
- Thomas, G. E. and Stamnes, K. 1999, {Radiative Transfer in the Atmosphere and Ocean} (Cambridge University Press, Cambridge). 解析的手法などが勉強になる
- Peraiah, A. 2002, {An Introduction to Radiative Transfer: Methods and applications in astrophysics} (Cambridge University Press, Cambridge). ふつうに読みやすい
- Castor, J. I. 2004, {Radiation Hydrodynamics} (Cambridge University Press, Cambridge). 具体例も多くわかりやすい: 推奨
- Rutten, R. J. 2003, Radiative Transfer in Stellar Atmospheres: Lecture Notes 説明が丁寧で、講義と共に目ウロコ的な内容
- 小暮智一 2002, 『輝線星概論』(ごとう書房)
- 梅村、福江、野村 2016, 『輻射輸送と輻射流体力学』(日本評論社)





参考文献

相対論的輻射流体力学の定式化

Thomas, L.H. 1930, Quart. J. Math 1, 239

Hazlehurst, J., Sargent, W.L.W. 1959, ApJ 130, 276

Lindquist, R.W. 1966, Annals Phys. 37, 487

Castor, J.I. 1972, ApJ 178, 779

Anderson, J.L., Spiegel, E.A. 1972, ApJ 171, 127

Hsieh, S.-H., Spiegel, E.A. 1976, ApJ 207, 244

Thorne, K.S. 1981, MNRAS 194, 439

Udey, N., Israel, W. 1982, MNRAS 199, 1137

Mihalas, D., Klein, R.I. 1982, J.Comp.Phys. 46, 97

Mihalas, D., Mihalas, B.W. 1984, Foundations of Radiation Hydrodynamics (Oxford University Press)

Park, M.-G. 1993, A&A 274, 642

Mihalas, D., Auer, L.H. 2001, JQSRT 71, 61

一般相対論的輻射流体力学の方程式系が成分で書き下されたのはごく最近

Park, M.-G. 2006, MNRAS 367, 1739

Takahashi, R. 2007, MNRAS 382, 1041





参考文献

降着円盤大気モデル

- Meyer+ 1982
Cannizzo+ 1984
Kriz+ 1986
Shaviv+ 1986
Adam+ 1988
Shimura+ 1993
Artemova+ 1996
Fukue+Akizuki 2006
Fukue 2011, 2012
Ivan Hubenyグループ
Hubeny 1990
Hubeny² 1997, 1998
Hubeny+ 2000, 2001
Davis+ 2005
Hui 2005

クロージャー関係 & 降着円盤風

- Fukue, J. 2005, PASJ, 57, 1023 (closure)
Fukue, J. 2006, PASJ, 58, 461 (closure)
Fukue, J., Akizuki, C. 2007, PASJ, 59, 1027 (closure)
Fukue, J. 2014, PASJ, 66, 73 (relativistic formal solution in pp)
Fukue, J. 2015, PASJ, 67, 14 (relativistic formal solution in pp)
Fukue, J. 2017, PASJ, 69, 8 (relativistic formal solution in sph)
Fukue, J. 2017, PASJ, 69, 53 (relativistic formal solution in sph)
Takeda, N., Fukue, J. 2019, PASJ, in press

