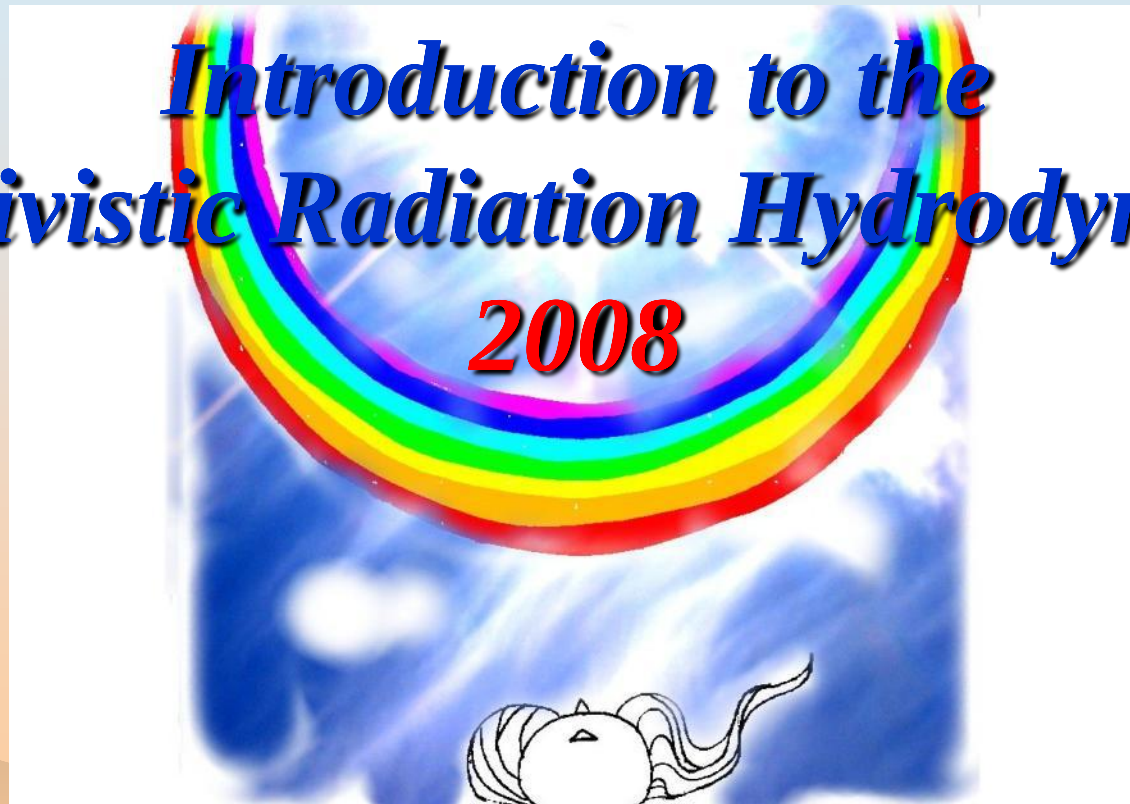
相対論的輻射流体力学のススメ 2008

Introduction to the Relativistic Radiation Hydrodynamics 2008



福江 純＠大阪教育大学

全体目次

宇宙ジェット現象
観測

Astrophysical Jets
Observation

相対論的宇宙ジェット

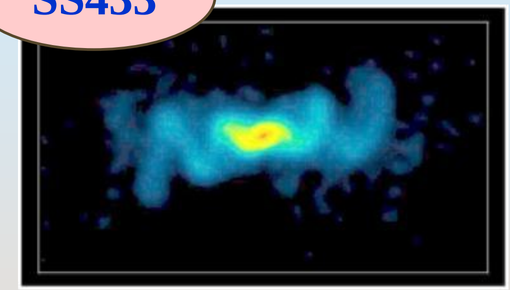
宇宙ジェット（astrophysical jets）

中心の天体から双方向に吹き
細く絞られたプラズマの流れ

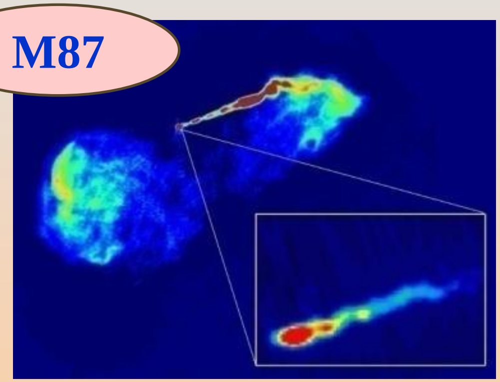
- (YSO)
- (CVs, SSXSs)
- Crab pulsar
- SS 433
- microquasar
- AGN
- quasar
- gamma-ray burst

YSO

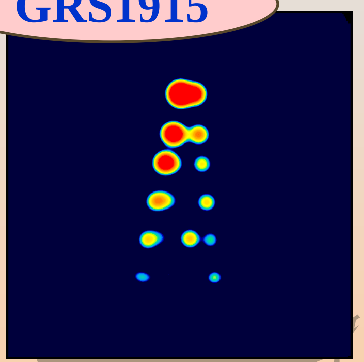
SS433



M87

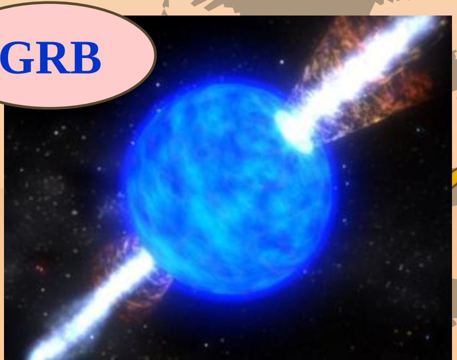


GRS1915



3C273

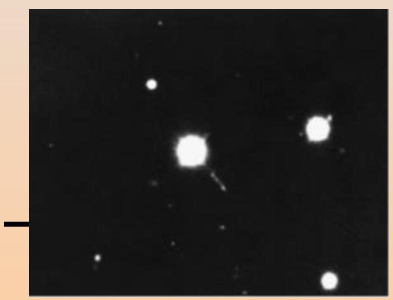
GRB



宇宙ジェットの発見

- 1918年　“星雲”M87の光の矢（Curtis）
- 1963年　クェーサー3C273の同定（Schmidt）
- 1978年　特異星SS433の発見（Margon）
- 1994年頃　マイクロクェーサーの類別（Mirabel）
- 1997年　ガンマ線バーストの同定（BeppoSAX）

最初に宇宙ジェットが発見された巨大楕円銀河／電波銀河M87



最初に同定されたクェーサー3C273（NOAO／AURA／NSF）

- 1969年　超巨大ブラックホールの提唱（Lynden-Bell）
- 1973年　標準降着円盤モデル（Shakura and Sunyaev）
- 1986年　ファイアボールモデル（Paczynski）

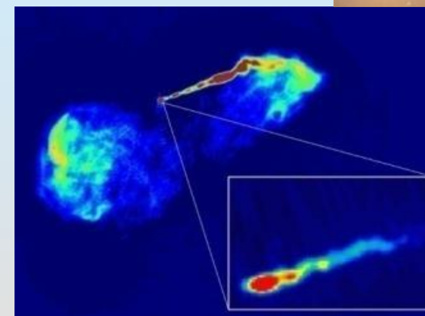
スニアエフ@すざく国際会議（2006年12月）

パチンスキー@プリンストン（1996年9月）

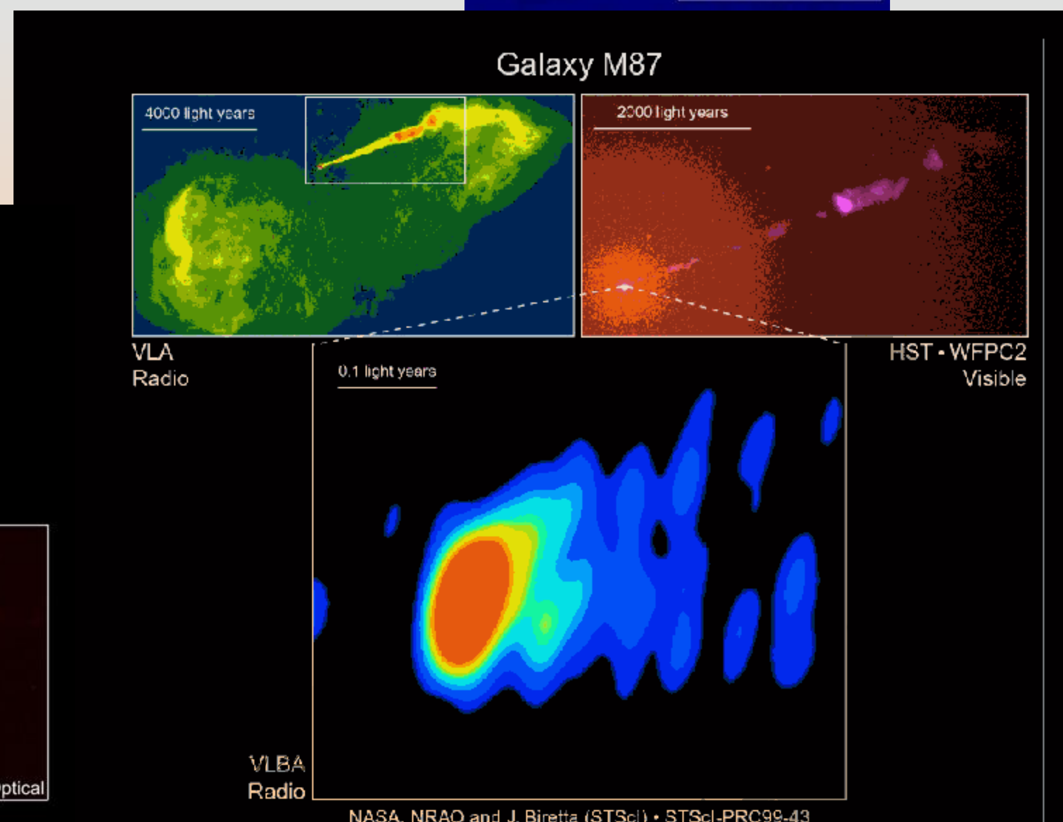
活動銀河

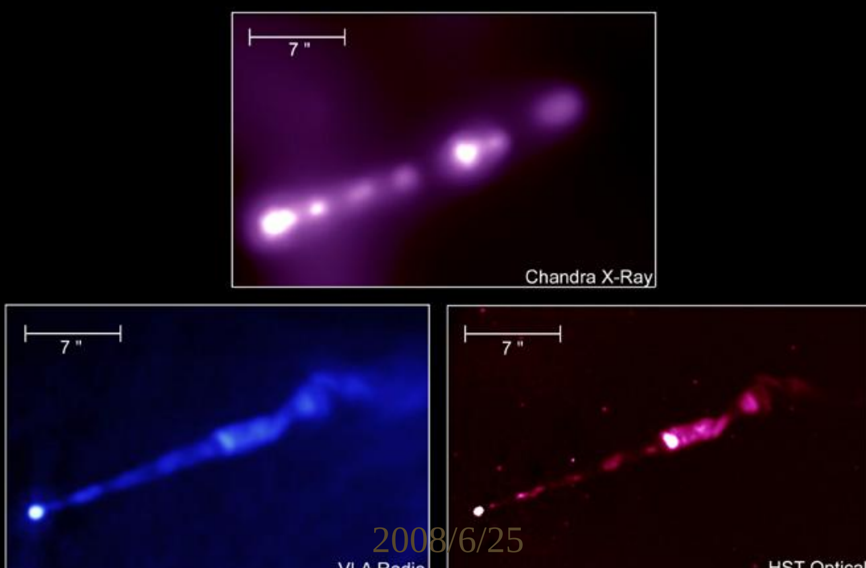
活動銀河核（active galactic nuclei）

中心核が何らかの活動性を示す銀河



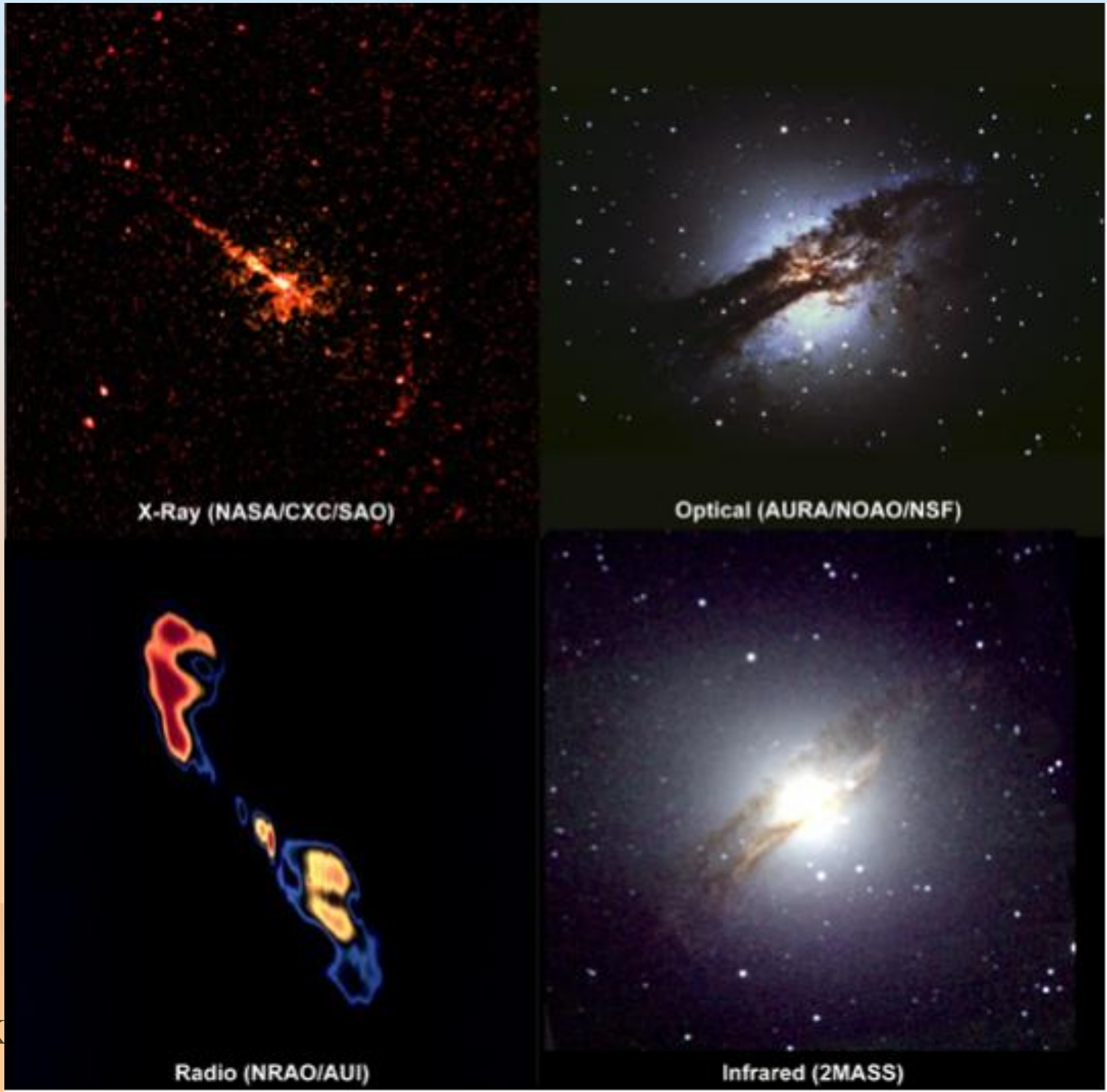
電波銀河M87





活動銀河

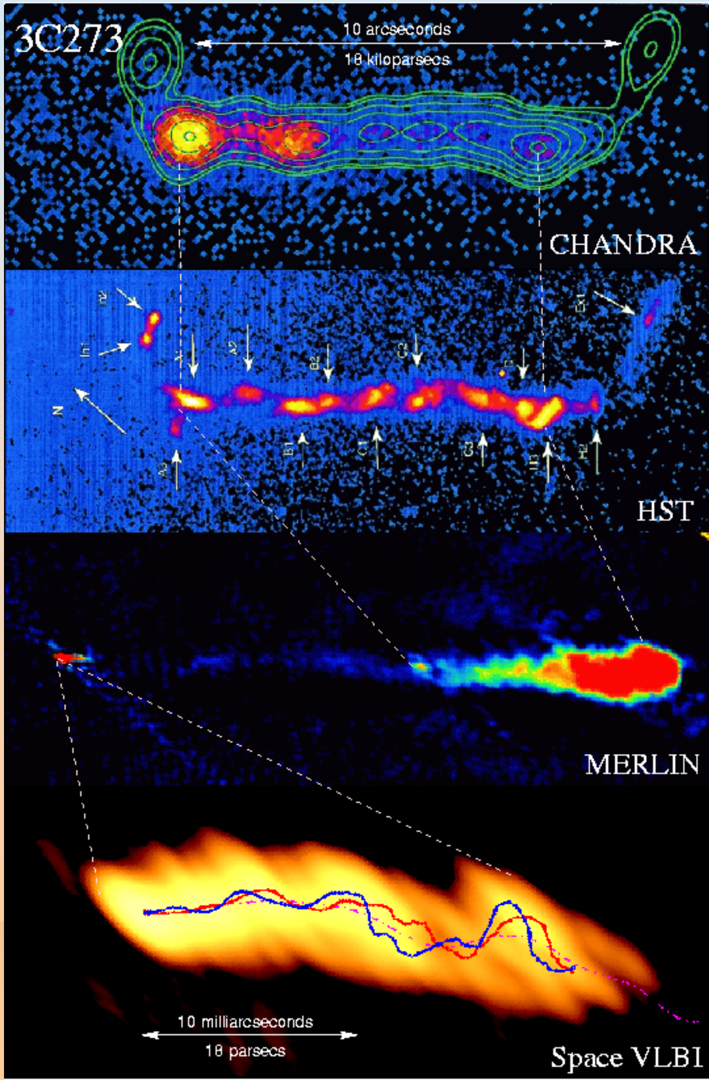
電波銀河Cen A



さまざまな波長で見た活動銀河ケンタウルス座A/NGC5128（http:// physics.gmu.edu/ ~rms/ astro113/ myimages/ cenacomp.jpg）。
右上：可視光では、赤道面が塵の多いガスで隠された楕円銀河のようにみえる。
右下：赤外線では、塵の帯を通して中心部が非常に明るく輝いているのがわかる。
左下：電波では、塵の帯に垂直方向に拡がる二つ目玉がわかる。
左上：X線では、二つ目玉の方向に細く伸びるジェットが写っている。

クェーサー

クェーサー（quasar）非常に遠方の活動銀河核



クェーサー

3C273

多波長で観測したクェーサー3C273のジェット（NASA/STScI/JAXA）。上から、

X線（チャンドラ衛星）
可視光（ハッブル宇宙望遠鏡）
電波（マーリン干渉計）
電波（宇宙電波干渉計はるか）

1番目のチャンドラの画像と2番目のハッブルの画像にはジェットの先端半分程度のほぼ同じ部分が写っている。3番目のマーリンの画像にはだいたいジェットの全体が写っていて、左端の3C273中心核から右方向へジェットが伸びている。一番下のはるか衛星の画像には中心核部分を拡大したものが写っており、数十光年ぐらいの領域がみえている。

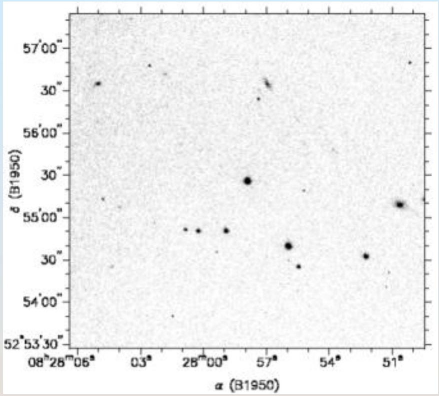
電波・光・X線

クェーサー・AGN分光学的証拠

BAL（broad absorption line）クェーサー

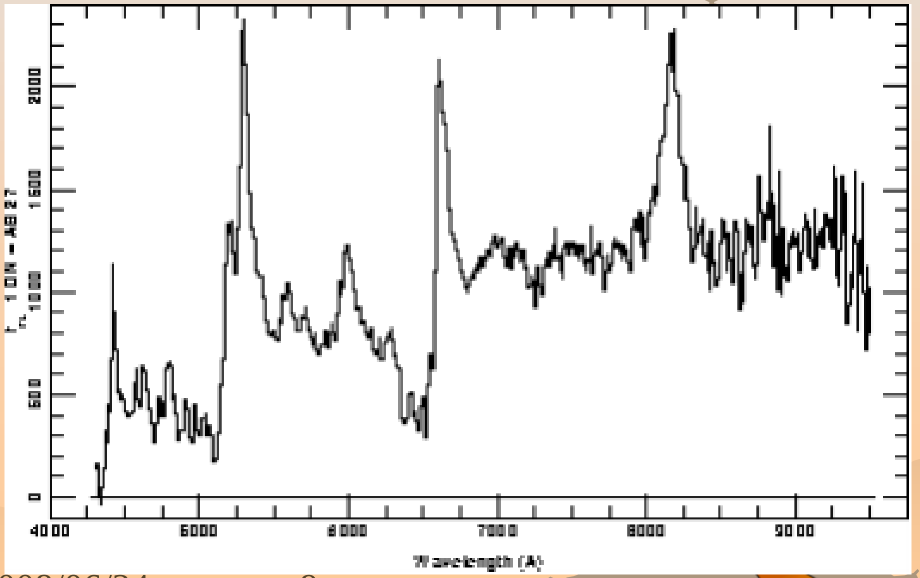
- クェーサーの10%程度
- N V、C IV、Si IV高階電離線
- 幅が広く青方偏移した吸収線
- 10000〜30000km/s〜0.1c
- 高い柱密度（10^{23}〜10^{24} g/cm^2）

濃密なガスが視線方向に吹き出していると推測されている。



BALクェーサー APM0827（z=3.78）（http://www.astro.keele.ac.uk/oldusers/ejt/quasar.html）

- P Cyg プロファイル

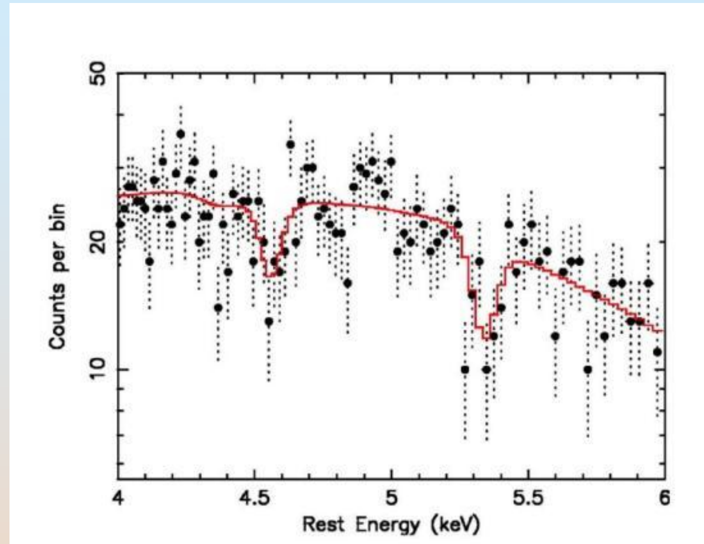


BALクェーサーPC 2330+0125（z=3.28）のスペクトル（deep-universe.net/q38.html）。左（短波長）側から、ライマンα、C IV、C IIIの強い輝線があるが、ライマンαとC IVの短波長側に、それぞれライマンαとC IVが青方偏移した幅の広く深い吸収線がみえる。

クェーサー・AGN分光学的証拠

クェーサー

PG1211+143
- チャンドラX線観測
- 幅広い吸収線～0.3-0.4*c*



クェーサーPG 1211+143のX線スペクトル（http://cxc.harvard.edu/newsletters/news_13/ letg.html）。2カ所の吸収線は、25階電離した鉄Fe XXVIの Lyα吸収線だと推測されている。

狭輝線1型セイファート（NLSy1）

1H0707－495
- X線観測
- P Cyg プロファイル

マイクロクェーサー

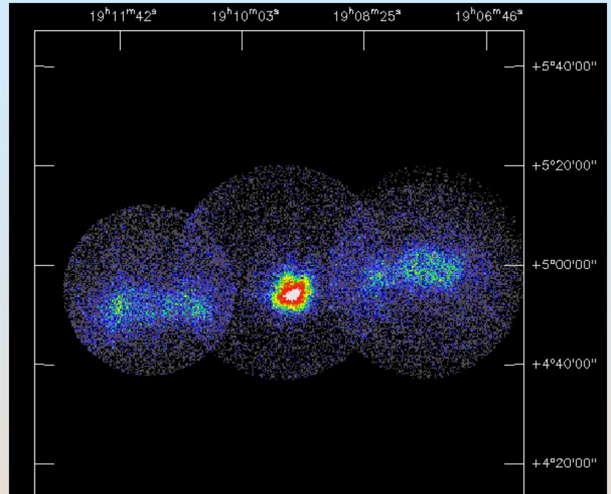
特異星SS433

14等、X線連星

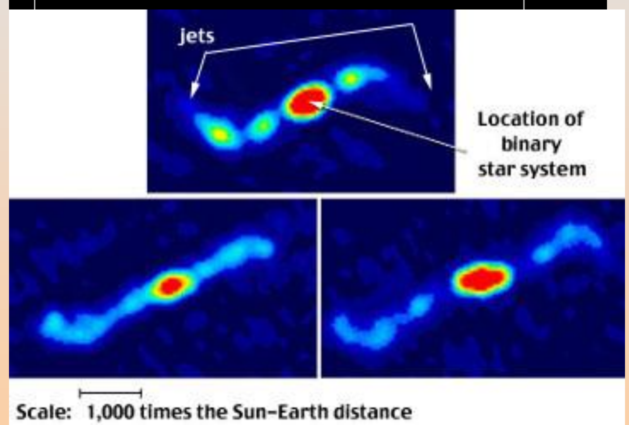
公転周期13日

歳差周期162.5日

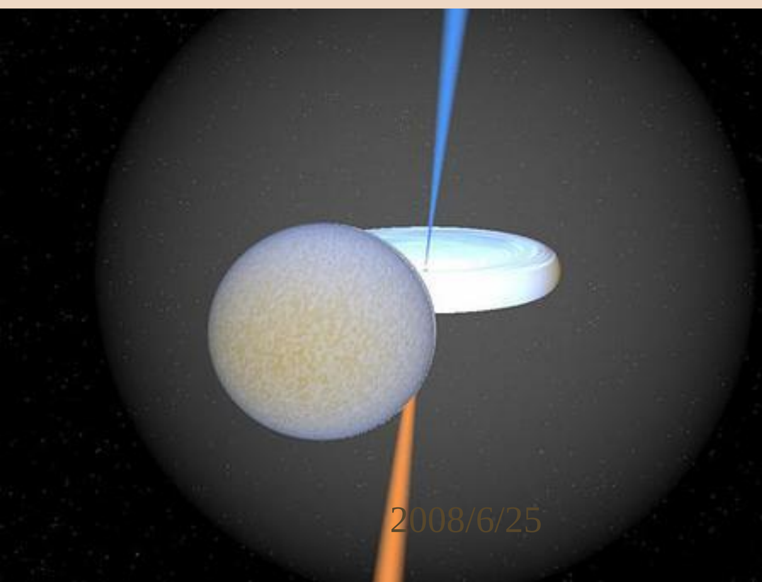
速度は光速の26%！

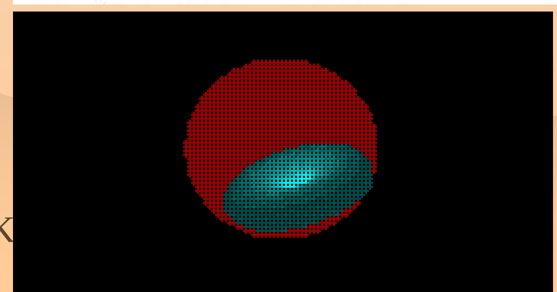


X線衛星ぎんがの撮像した特異星SS433のジェット（http://www-cr.scphys.kyoto-u.ac.jp/）。光速の26%もの速度で星間空間に突入したジェットガスと、星間物質との間の摩擦によって、ガスが高温になりX線を放射していると想像されている。

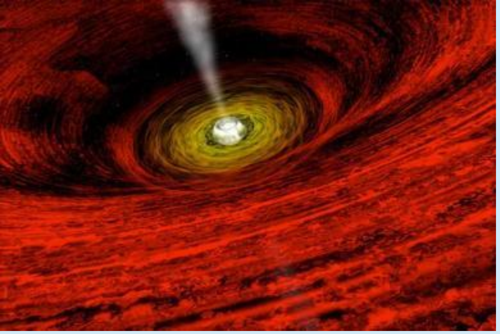


電波で観測したSS433ジェットのコルク抜きパターン（http://www.nrao.edu/pr/2004/ss433corkscrew）。SS433ジェットは、ある固定軸（歳差軸）のまわりを約20°の頂角をもつ円錐面内で周期163日で、傾いた独楽の軸が振れるような歳差運動をしている。





SS433ジェットのパラメータで作成したアニメ



マイクロクェーサー

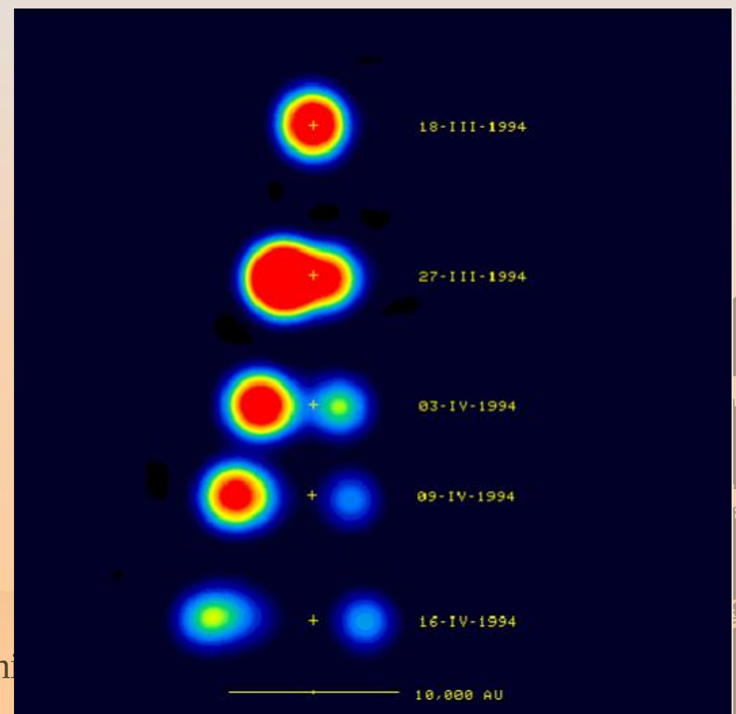
マイクロクェーサー（microquasar）

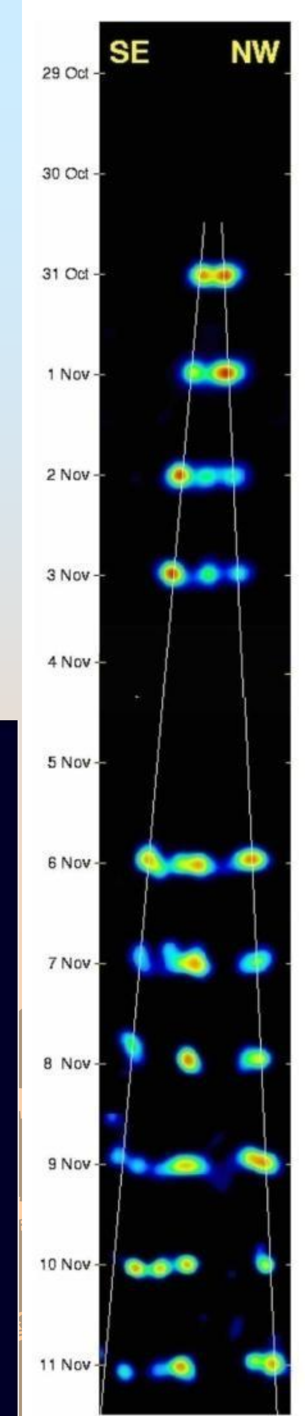
亜光速ジェットをもった系内ブラックホール連星

GRS1915+105

速度は光速の92%！！

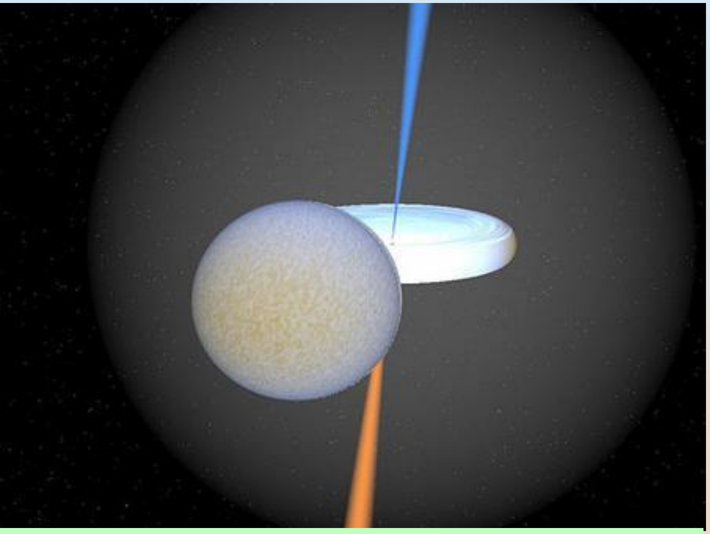
電波で撮像したマイクロクェーサーGRS 1915+105（http://universe-review.ca/ I08-17-microquasar.gif）。異なった時期に得られた5つの画像が上から下に並べてある。中心の電波源から図の左右に電波輝点が移動しているのがわかる。

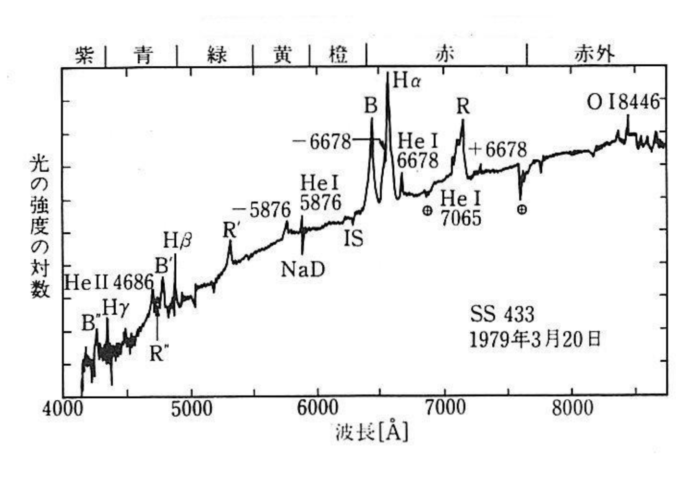




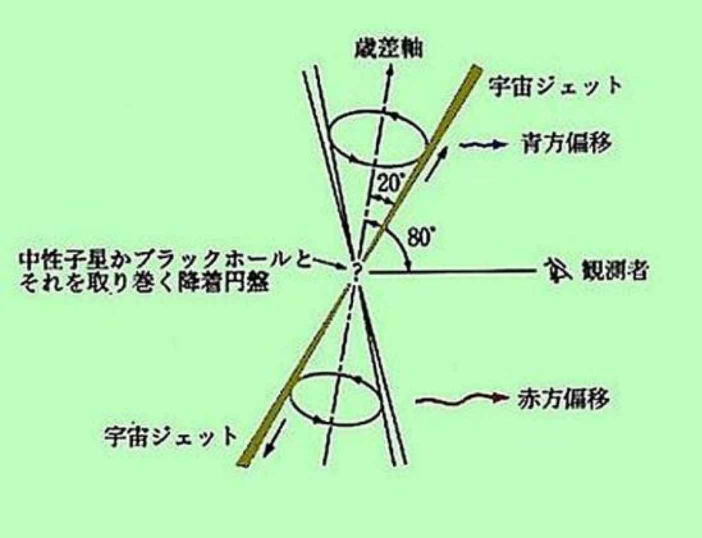
マイクロクェーサー—分光学的証拠

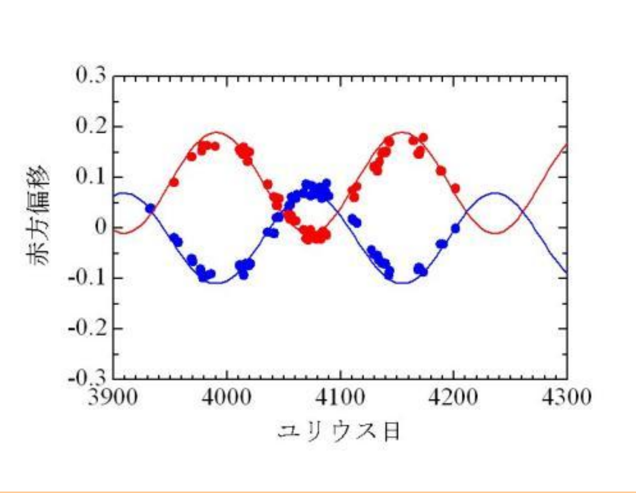
特異星SS433



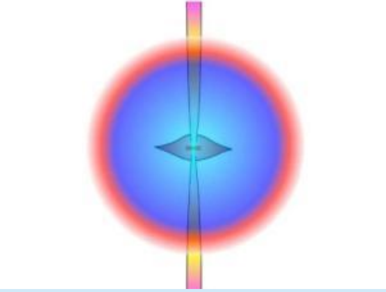


X線衛星ぎんがの撮像した特異星SS433のジェット（http://www-cr.scphys.kyoto-u.ac.jp/）。光速の26%もの速度で星間空間に突入したジェットガスと、星間物質との間の摩擦によって、ガスが高温になりX線を放射していると想像されている。

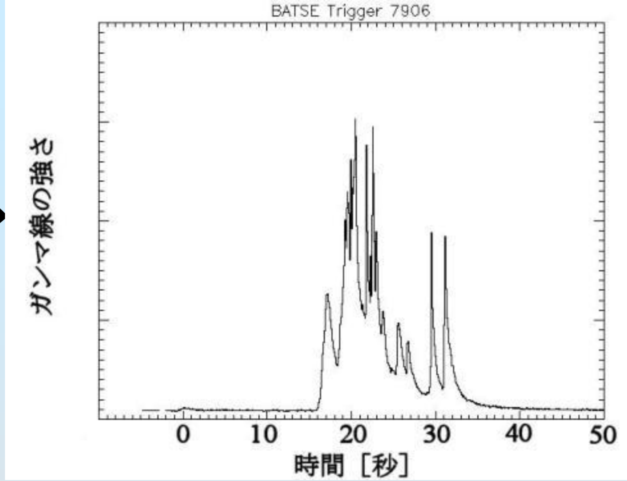




電波で観測したSS433ジェットのコルク抜きパターン（http://www.nrao.edu/pr/2004/ss433corkscrew）。SS433ジェットは、ある固定軸（歳差軸）のまわりを約20°の頂角をもつ円錐面内で周期163日で、傾いた独楽の軸が振れるような歳差運動をしている。



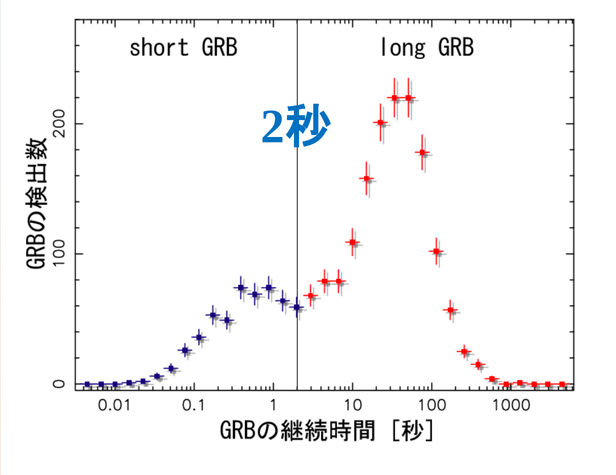
ガンマ線バース



ガンマ線バースト（gamma-ray burst）

数十秒にわたり、強いガンマ線を放つ

宇宙最大の高エネルギー天体現象

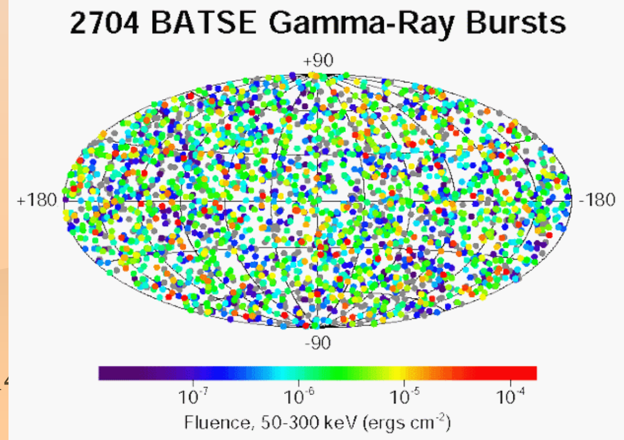


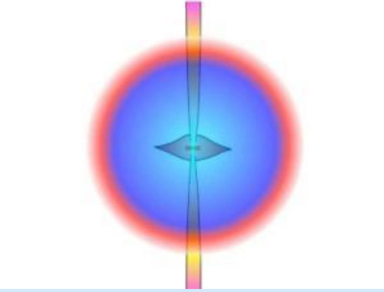
Short GRB/Long GRBの２種類

宇宙論的天体（1991年）

10^{45}Jを超えるエネルギー

コンプトン衛星／BATSEで検出した数千例のGRB（NASA）。赤ほど明るく青ほど暗いが、どれも全天で一様に分布している。





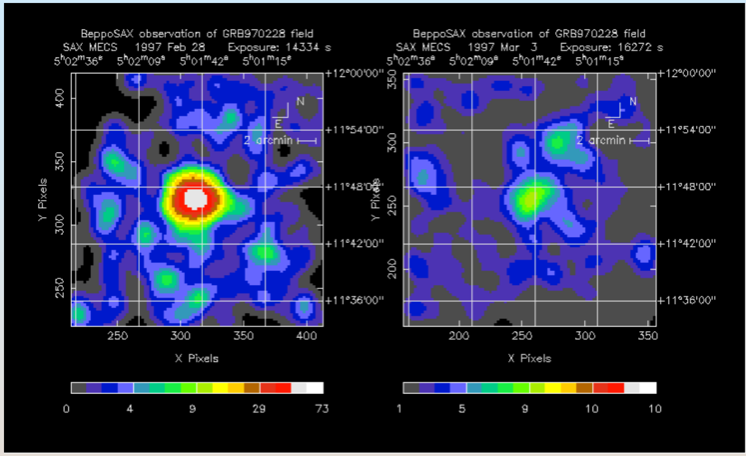
ガンマ線バースト

残光の発見（1997年）

可視光の追観測

～100億光年

GRB970508は70億光年

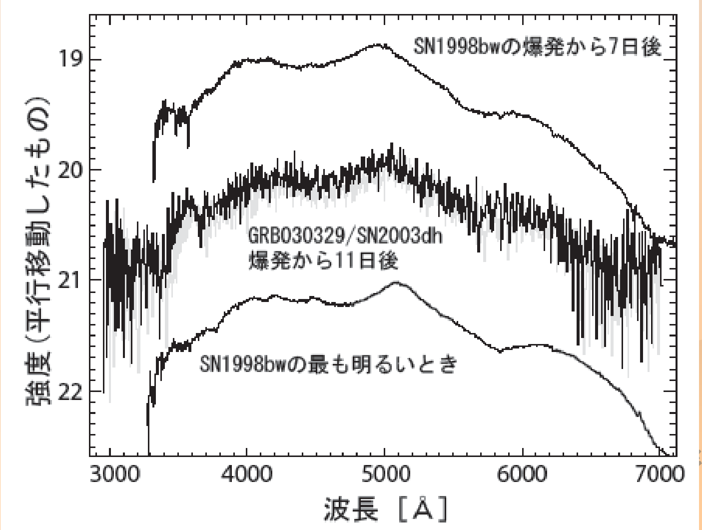


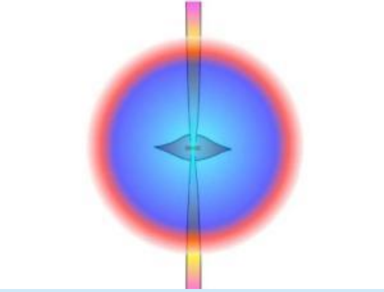
BeppoSAX衛星がX線で捉えたオリオン座のガンマ線バーストGRB970228の残光（http:// heasarc.gsfc.nasa.gov/ docs/objects/ grbs/ grb970228.html）。左は1997年2月28日のバースト時で、右は3月3日で随分と暗くなっている。

極超新星との関連（2003年）

GRB030329/ SN2003dh

SN2003dhとSN1998bwを比較したスペクトル。GRB030329の残光を連続観測している中で出現してきたので、GRB030329と超新星SN2003dhの関係が明白に示された。





ガンマ線バースト

コンパクトネス問題

相対論的火の玉の膨張

（Rees&Meszaros 1992年）

ファイアボールエンジン

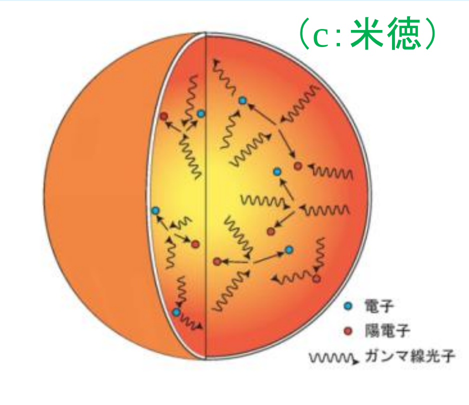
（Paczynski 1986年）

速度は光速の99.99％！！

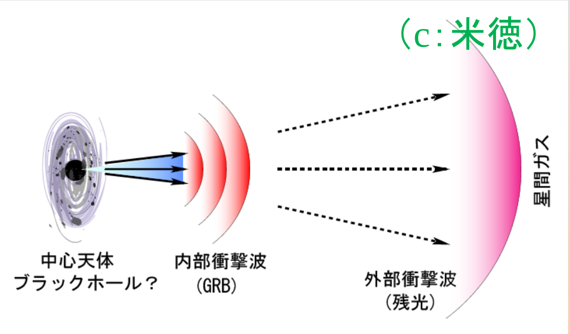
大質量星の崩壊に伴い、ほぼ光速で膨張するファイアボールが吹き出す

初期の輻射のエネルギー密度がバリオンのエネルギー密度のγ倍あれば、最終的なローレンツ因子もγとなる。

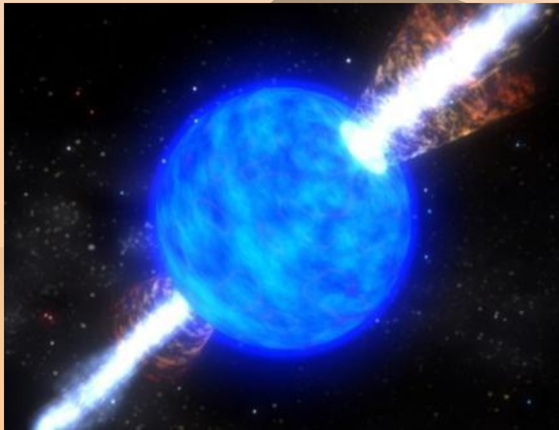
大量のガンマ線光子を狭い領域に閉じ込めると、電子・陽電子対を作り出す。ガンマ線は電子や陽電子に衝突して散乱し、外部へ抜け出せない。



超高速の放射体－相対論的火の玉－がX線を出している。相対論的効果のために、観測者は早い時間変動をするガンマ線として検出する。



ブラックホール近傍でできたファイアボールが非球対称に膨張し、重力崩壊する星の外層を貫いて、光速の99.99％のジェットが吹き出している（NASA）。



ブラックホールジェットのまとめ

- マイクロクェーサー

SS433	＞L_E	ep	cont/blob	0.26c/1.04
1E1740.7－2942	？	ee?		0.26c/1.04
GRS 1915+105	～L_E	ee?	bloby	0.92c/2.55
GRO J1655－40	～L_E	ee?	bloby	0.92c/2.55
XTE J1748－288	～L_E	ee?	bloby	＞0.92c/2.55

- クェーサー、活動銀河

3C 273	＞L_E	？	？	0.99c？/10
M87	<<L_E	？	？	0.99c？/10

- ガンマ線バースト

GRB030329/SN2003dh	>>L_E	ee?	fireball	0.9999c/100

放射圧加速ジェット

- 光度　$L > L_E$
- 成分　ep通常プラズマ　vs　ee対プラズマ
- 形態　continuous / periodic / intermittent
- 速度　mildly relativistic β=0.26、γ=1.04
  highly relativistic β=0.92、γ=2.55
  ultra relativistic　β=0.99、γ=10
  extremely relativistic
  β＝0.9999、γ=100


相対論的輻射流体の定式化

Relativistic Radiation Hydrodynamics

Moment Formalism

福江 純＠大阪教育大学


目次

相対論的輻射流体力学の定式化
1　準備

Relativistic Radiation Hydrodynamics

1 Preparation

平均自由行程1

- “光（光線）は直進する”と習うが、これはウソである。
- 晴れた日には数km先まで見えるが靄が濃いときには1m先ぐらいまでしか見えないこともある。星間空間では何万光年も彼方の星が見えるが、太陽内部では0.5cm先ぐらいまでしか見えない。
- **平均自由行程（mean free path）**：物質に邪魔されずに光が進める距離。間にある物質の量や状態で変わる
- 粒子（物質）と光子からなる世の中では
“光線は平均自由行程だけ直進する”

大阪教育大から眺めた大阪市内

晴れた日

雨の日

黄砂の日

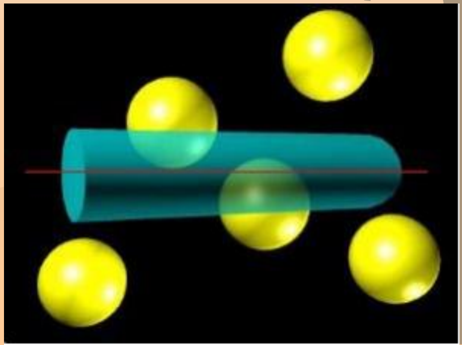
平均自由行程2

- 光の平均自由行程λは、ガス密度ρと（他の全部の要素を含む）不透明度κの積に反比例する：

$$\lambda = \frac{1}{\kappa\rho}$$

- 平均自由行程λはもちろん[cm]の単位をもつ。
- たとえば、太陽内部では、密度は平均的に1g/cm^{3}程度で、不透明度は1cm^2/g程度なので、平均自由行程は1cmのオーダーになる。
- ガス粒子の個数密度nと衝突断面積σでも表せる：

$$\lambda = \frac{1}{n\sigma}$$



光学的深さ1

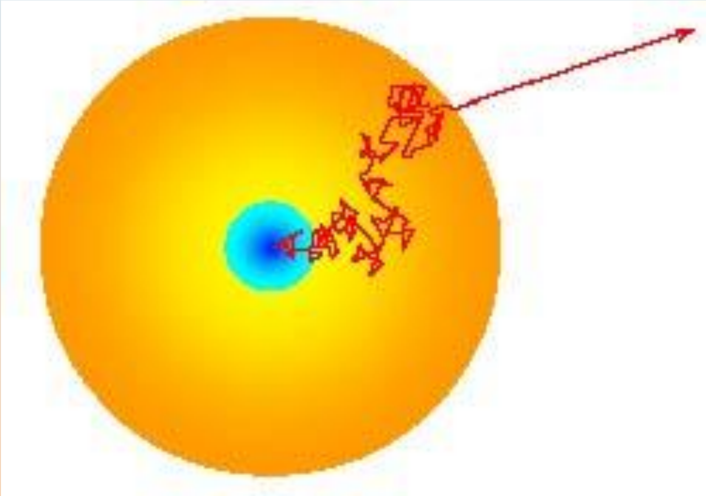
- 光子の輸送という観点から、光が感じる“距離”として、実距離の代わりに、
  「**光学的深さ／光学的厚み（optical depth）**」
  を使う。
- 光が通過した実距離dsと物質密度ρと不透明度κを用いると、光学的深さ$d\tau$は、以下のように定義される：

$$d\tau = \kappa\rho ds \qquad \tau = \int \kappa\rho ds$$

- 光学的深さの単位は無次元である。
- 平均自由行程との関連で言えば、
  光学的深さが1になる距離が平均自由行程
  に他ならない。

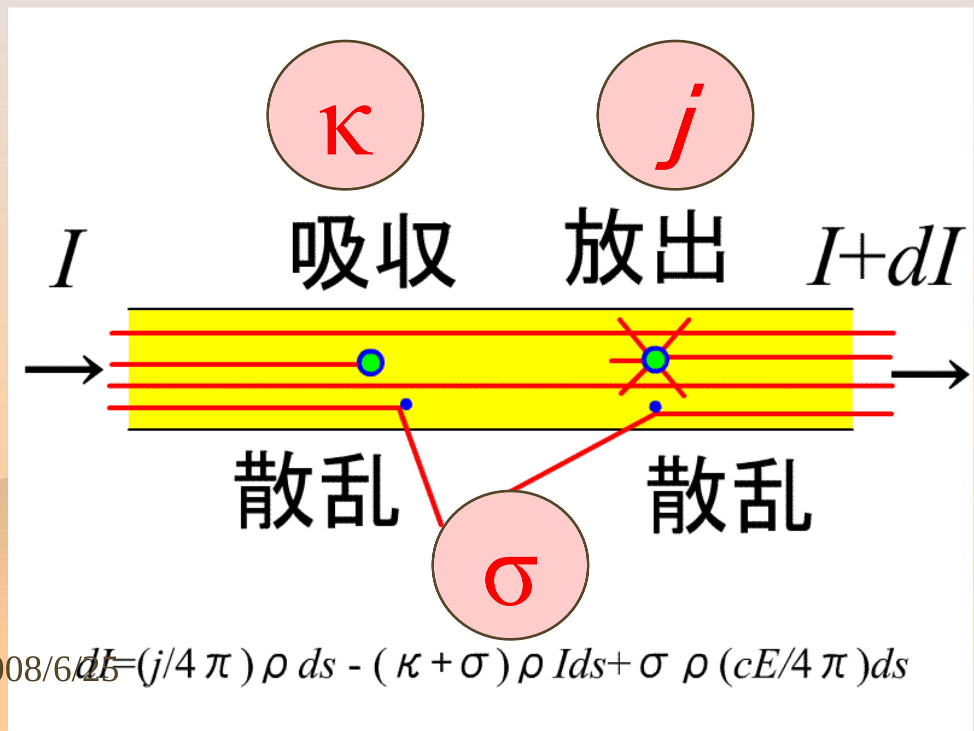
光学的深さ2

- 太陽半径70万kmは太陽内部の平均自由行程0.5cmの約10^{11}倍なので、太陽表面から中心までの光学的深さも10^{11}ほどになる。
- N回のランダムウォークで進む距離は、平均自由行程の$\sqrt{N}$倍程度なので、太陽半径進むには、$N=(10^{11})^2=10^{22}$となり、道のりにして、10^{22}cmぐらいになるので、光速で10^4年かかる。



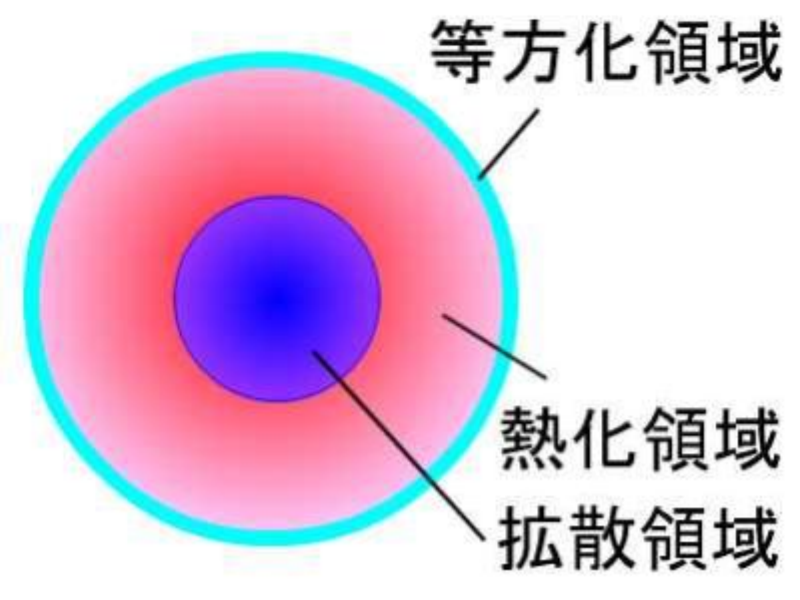
吸収と散乱

- 平均自由行程進むと、物質粒子によって吸収（aborption）や散乱（scattering）を受ける。
- 吸収は光子を破壊し、再放出する→局所熱平衡に近づける
- 散乱（トムソン散乱）は光子の方向のみ変える→等方化



拡散領域－自由流領域1

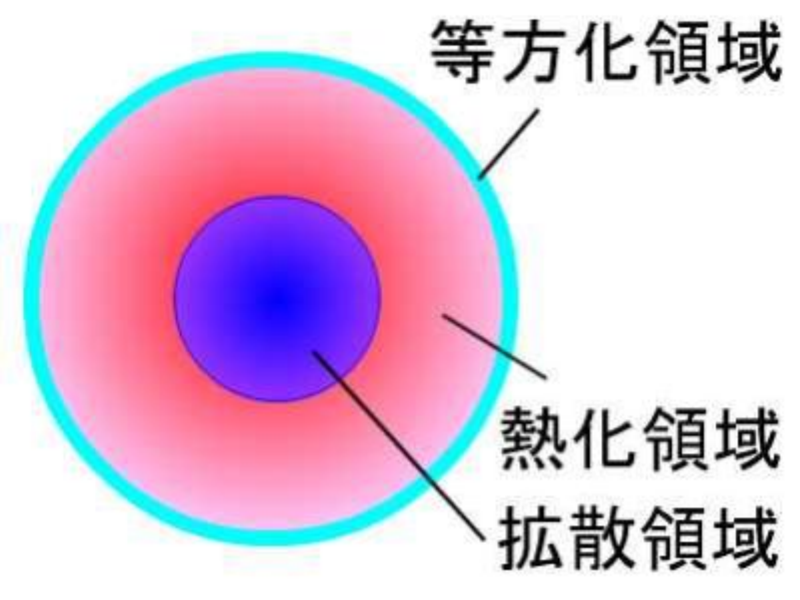
- **拡散領域**：十分に光学的に厚い内部領域では、ガスと輻射はほぼ完全に局所熱平衡になっており、輻射場は黒体放射で、拡散近似が成り立っている。
- 局所的には拡散は等方的に起こるが、大局的には光子密度の負の勾配方向へ起こる。
- **熱化領域**：その周辺では、ガスと輻射は近似的に熱平衡で、拡散近似も少し悪くなる。



$$F^i = -\frac{1}{\kappa\rho}\nabla P^{ik}$$

拡散領域－自由流領域2

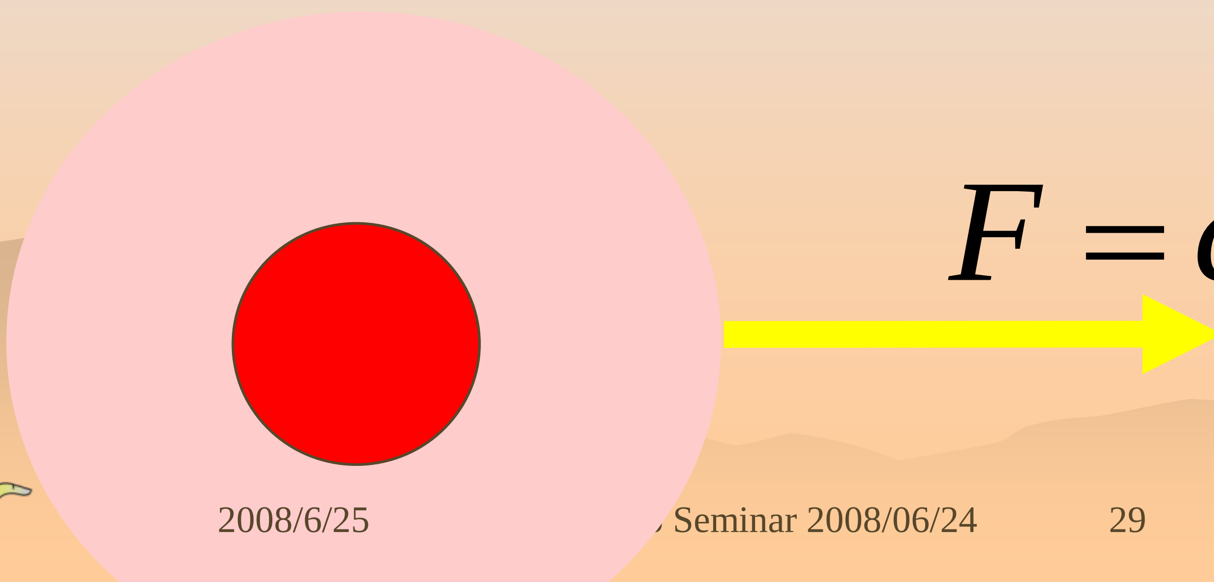
- **等方化領域**：光学的厚みが1(平均自由行程)程度の表面境界層では、拡散近似は破れ、輻射場は黒体放射ではなくなる。ただし、散乱などによって輻射場は簡単に等方的になるので、この境界層でもエディントン近似は成り立っている。



$$P^{ik} = \frac{\delta^{ik}}{3} E$$

拡散領域－自由流領域3

- **自由流領域**：光学的に薄くなると、たとえば、太陽表面付近から惑星間空間のような平均自由行程が十分に長い領域では、光子は吸収も散乱もほとんど受けずに、光源から反対方向へ向けて、“自由流”として直進する。



$$F = cE = cP$$

輻射場の物理量1

光子の流れ（輻射）は、エネルギーと運動量を運び、周辺のガスに圧力（応力）を及ぼす。

輻射強度$I(\boldsymbol{r}, t, \mu)$[erg/cm^3/sr]:単位時間単位面積あたりに単位立体角方向へ輻射が運ぶエネルギー

輻射エネルギー密度$E(\boldsymbol{r}, t)$[erg/cm^3] :単位体積あたりの輻射のエネルギー

輻射流束$F(\boldsymbol{r}, t)$[erg/cm^2/s]＝c× [erg/cm^3] :単位時間単位面積あたりに輻射が運ぶエネルギー

輻射圧$P(\boldsymbol{r}, t)$[dyn/cm^2]＝ [erg/cm^3] :単位面積あたりの輻射の力

$$
\begin{aligned}
E_\nu &\equiv \frac{1}{c}\int I_\nu d\Omega, & E &\equiv \int E_\nu d\nu, \\
\boldsymbol{F}_\nu &\equiv \int I_\nu \boldsymbol{l} d\Omega, & \boldsymbol{F} &\equiv \int \boldsymbol{F}_\nu d\nu, \\
P^{ij}_\nu &\equiv \frac{1}{c}\int I_\nu l^i l^j d\Omega, & P^{ij} &\equiv \int P^{ij}_\nu d\nu,
\end{aligned}
$$

相対論的輻射流体力学の定式化
２　輻射流体力学の
モーメント定式化

Relativistic Radiation Hydrodynamics

2 Moment Formalism

of Radiation Hydrodyanmicas

1. RHD

Radiation Hydrodynamics

Hydrodynamics
for
matter

Radiative Transfer
for
radiation

couple

Radiation Hydrodynamics
for
matter+radiation

1. RHD　Radiation Hydrodynamics

Hydrodynamics for

気体(gas)の力学

Radiative Transfer f

ガス中における光子流の伝わり方を調べる

couple

Radiation Hydrodynamics for
er+radi

ガスの力学と光子流の伝わり方を同時に調べる

相対論的効果まで考慮して、ガスの力学と光子流の伝わり方を同時に調べる

1. RHD Fundamental Equation

Boltzman equation for matter

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \mathbf{v}\frac{\partial f}{\partial \mathbf{r}} + \mathbf{a}\frac{\partial f}{\partial \mathbf{v}} = \frac{\delta f}{\delta t}$$

$f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)$: distribution function

$\mathbf{r}$: position

$\mathbf{v}$: velocity

t : time

Transfer equation for radiation

$$\frac{1}{c}\frac{\partial I_\nu}{\partial t} + (\mathbf{l}\nabla)I_\nu = \frac{1}{4\pi}\rho j_\nu - \rho\kappa_\nu I_\nu$$
$$- \rho\sigma_\nu \int \phi_\nu I_\nu d\Omega' + \rho\sigma_\nu \int \phi_\nu I'_\nu d\Omega'$$

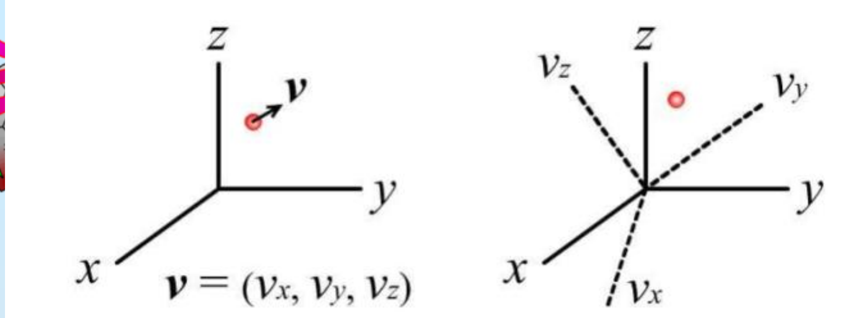
$I_\nu(\mathbf{r}, \mathbf{l}, t, \nu)$: radiation intensity

$\mathbf{r}$: position

$\mathbf{l}$: direction cosine

t : time

ν : frequency



mental Equation

Boltzman equation for matter

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \mathbf{v}\frac{\partial f}{\partial \mathbf{r}} + \mathbf{a}\frac{\partial f}{\partial \mathbf{v}} = \frac{\delta f}{\delta t}$$

$f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)$: distribution function

$\mathbf{r}$: p

6N次元位相空間中における粒子の分布関数 $f(r, v, t)$ の振る舞いを記述する原理方程式

Transfer equation for radiation

$$\frac{1}{c}\frac{\partial I_\nu}{\partial t} + (\mathbf{l}\nabla)I_\nu = \frac{1}{4\pi}\rho j_\nu - \rho\kappa_\nu I_\nu$$
$$-\rho\sigma_\nu\int\phi_\nu I_\nu d\Omega' + \rho\sigma_\nu\int\phi_\nu I'_\nu d\Omega'$$

$I_\nu(\mathbf{r}, \mathbf{l}, t, \nu)$: radiation intensity

$\mathbf{r}$: position

$\mathbf{l}$: directi

t : time

ν : frequenc

座標・方向空間中における光子の強度I (r, l, t)の振る舞いを記述する原理方程式

1. RHD Moment Formalism

Moment quantities for matter

density

$$\rho = \int f(\mathbf{r},\mathbf{v},t)\,dv_x dv_y dv_z$$

bulk velocity

$$\rho u^i = \int v^i f(\mathbf{r},\mathbf{v},t)\,dv_x dv_y dv_z$$

pressure stress tensor

$$p^{ij} = \int (v^i - u^i)(v^j - u^j) f(\mathbf{r},\mathbf{v},t)\,dv_x dv_y dv_z$$

Moment quantities for radiation

frequency - integrated

radiation energy density

$$cE = \int I d\Omega$$

radiative flux

$$F^i = \int I l^i d\Omega$$

radiation stress tensor

$$cP^{ik} = \int I l^i l^k d\Omega$$

流体のモーメント量(ガス密度、平均速度ベクトル、圧力ストレステンソル)と
輻射のモーメント量(輻射エネルギー密度、輻射流束ベクトル、輻射応力テンソル)

1. RHD Moment Formalism

Moment equations for matter

continuity equation

$$\frac{\partial \rho}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x^k}(\rho v^k)=0$$

momentum equation

$$\frac{\partial v^i}{\partial t}+v^k\frac{\partial}{\partial x^k}v^i=-\frac{\partial \psi}{\partial x^i}-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x^i}+\frac{\kappa_F}{c}F^i$$

energy equation

$$\left(\frac{\partial}{\partial t}+v^k\frac{\partial}{\partial x^k}\right)e+\frac{p}{\rho}\frac{\partial v^k}{\partial x^k}=\frac{1}{\rho}q^+-j+c\kappa_E E$$

Moment equations for radiation

frequency - integrated

0th moment

$$\frac{\partial E}{\partial t}+\frac{\partial F^k}{\partial x^k}=\rho(j-c\kappa_E E)$$

1st moment

$$\frac{1}{c^2}\frac{\partial F^i}{\partial t}+\frac{\partial P^{ik}}{\partial x^k}=-\frac{1}{c}\rho\kappa_F F^i$$

1．RHD　Moment Formalism

モーメント定式化は無限連鎖方程式系なので、有限の次数の範囲では、方程式の数よりも変数の方が多い。方程式を閉じさせるためには、変数の間になんらかの関係式－クロージャー関係式－が必要になる。

ガス系：衝突時間が系の変化時間より十分に短い～チャップマン－エンスコグ近似（1917年）

光子ガス系：拡散近似、エディントン近似（1926年）、流束制限拡散近似（1981年）、変動エディントン近似（1975年）
↓光学的厚みが１程度の領域や相対論的領域で容易に破綻してしまう
↓（相対論的）輻射流体力学の定式化が不完全な所以

相対論的輻射流体力学の定式化
３ クロージャー関係式

Relativistic Radiation Hydrodynamics
3 Closure Relation

1. RHD Closure Relation 1

Closure relation for radiation

エディントン近似と拡散近似

Eddington approximation

radiation fields $\Rightarrow$ isotropic

$$P^{ik} = \frac{\delta^{ik}}{3} E$$

Diffusion approximation

radiation fields $\Rightarrow$ isotropic

$+$ optically thick

$$F^{i} = -\frac{c}{\kappa_R \rho} \frac{\partial P^{ik}}{\partial x^k} = -\frac{c}{3\kappa_R \rho} \frac{\partial E}{\partial x^i}$$

1. RHD　Closure Relation 2

Closure relation
in optically thick to thin regimes

Variable Eddington factor　Tamazawa et al. 1975

$$P^{ik} = f^{ik} E;$$

$$f^{ik} = \left(f(\tau), \frac{1}{2} - \frac{1}{2} f(\tau), \frac{1}{2} - \frac{1}{2} f(\tau) \right)$$

$$f(\tau) = \frac{1+\tau}{1+3\tau}$$

f: 変動エディントン因子（variable Eddington factor）

Flux−limiteddiffusion　Levermore and Pomraning 1981

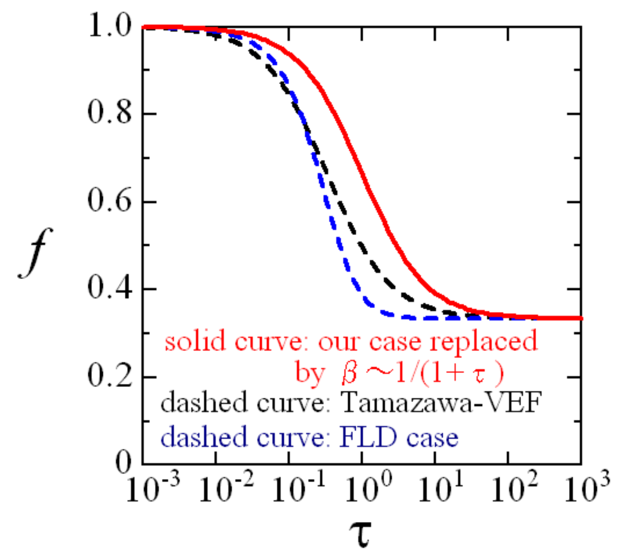
$$F^{i} = -\lambda \frac{c}{\kappa_R \rho} \frac{\partial E}{\partial x^{i}};$$

$$\lambda = \frac{2+R}{6+3R+R^2}; \quad R = \frac{|\nabla E|}{\kappa_R \rho E}$$

$$f = \lambda + \lambda^2 R^2$$

λ: 流束制限子（flux limitter）

変動エディィントン近似と流束制限拡散近似



相対論的輻射流体力学の定式化
４　相対論的輻射流体力学の
モーメント定式化

Relativistic Radiation Hydrodynamics

2 Moment Formalism

of Relataivistic Radiation Hydrodyanmicas

相対論的輻射流体力学の定式化

Thomas, L.H. 1930, Quart. J. Math 1, 239

Hazlehurst, J., Sargent, W.L.W. 1959, ApJ 130, 276

Lindquist, R.W. 1966, Annals Phys. 37, 487

Castor, J.I. 1972, ApJ 178, 779

Anderson, J.L., Spiegel, E.A. 1972, ApJ 171, 127

Hsieh, S.-H., Spiegel, E.A. 1976, ApJ 207, 244

Thorne, K.S. 1981, MNRAS 194, 439

Udey, N., Israel, W. 1982, MNRAS 199, 1137

Mihalas, D., Klein, R.I. 1982, J.Comp.Phys. 46, 97

Mihalas, D., Mihalas, B.W. 1984, Foundations of Radiation Hydrodynamics (Oxford University Press)

Park, M.-G. 1993, A&A 274, 642

Mihalas, D., Auer, L.H. 2001, JQSRT 71, 61

一般相対論的輻射流体力学の方程式系が成分で書き下されたのはごく最近

Park, M.-G. 2006, MNRAS 367, 1739

Takahashi, R. 2007, MNRAS 382, 1041

2. RRHD Moment Formalism

Moment equations for matter

- continuity
- momentum
- energy

In the comoving frame

$$cE_0 = \int I_0 d\Omega_0, F_0^i = \int I_0 l_0^i d\Omega_0,$$

$$cP_0^{ik} = \int I_0 l_0^i l_0^k d\Omega$$

In the inertial frame

$$cE = \int I d\Omega, F^i = \int I l^i d\Omega,$$

$$cP^{ik} = \int I l^i l^k d\Omega$$

$$(nu^\mu)_{;\mu} = \frac{1}{\sqrt{-g}} \frac{\partial}{\partial x^\mu} \left(\sqrt{-g} n u^\mu \right) = 0, \qquad \text{(E.53)}$$

$$\begin{aligned} c^2 \left(u^\mu \frac{\partial u^i}{\partial x^\mu} + \Gamma^i_{\mu\nu} u^\mu u^\nu \right) &= \frac{c^2}{\varepsilon + p} \left(g^{i\mu} - u^i u^\mu \right) \frac{\partial p}{\partial x^\mu} + \frac{\rho c^2}{\varepsilon + p} \frac{1}{c} \left(\kappa_0^{\mathrm{abs}} + \kappa_0^{\mathrm{sca}} \right) \\ &\quad \times \left[F_0^i + \frac{\gamma - 1}{v^2} v^i (\boldsymbol{v} \cdot \boldsymbol{F}_0) \right] \\ &= \frac{c^2}{\varepsilon + p} \left(g^{i\mu} - u^i u^\mu \right) \frac{\partial p}{\partial x^\mu} + \frac{\rho c^2}{\varepsilon + p} \frac{\gamma}{c} \left(\kappa_0^{\mathrm{abs}} + \kappa_0^{\mathrm{sca}} \right) \\ &\quad \times \left[F^i - \gamma^2 E v^i - v_k P^{ik} + \gamma^2 v^i \left(\frac{2\boldsymbol{v} \cdot \boldsymbol{F}}{c^2} - \frac{v_j v_k}{c^2} P^{jk} \right) \right]. \end{aligned} \qquad \text{(E.57)}$$

$$\begin{aligned} \frac{c}{\sqrt{-g}} \frac{\partial}{\partial x^\mu} \left[\sqrt{-g} \left(\varepsilon - \rho c^2 \right) u^\mu \right] + c \frac{p}{\sqrt{-g}} \frac{\partial}{\partial x^\mu} \left(\sqrt{-g} u^\mu \right) &= -\rho \left(j_0 - c\kappa_0^{\mathrm{abs}} E_0 \right) \\ &= \gamma^2 \rho \left(-\frac{j_0}{\gamma^2} + c\kappa_0^{\mathrm{abs}} E - \kappa_0^{\mathrm{abs}} \frac{2\boldsymbol{v} \cdot \boldsymbol{F}}{c} + \kappa_0^{\mathrm{abs}} \frac{v_i v_k}{c} P^{ik} \right). \end{aligned} \qquad \text{(E.60)}$$

2. RRHD Moment Formalism

Moment equations for radiation

左辺は静止系、右辺は共動系の輻射量で表した0次と1次のモーメント式。1次のモーメント式の3行目は単純に共動系でガスに輻射が運動量を与える項になっている。

$$\frac{\partial E}{\partial t} + \boldsymbol{\nabla F} = \rho\gamma\left(j_0 - c\kappa_0^{\rm abs} E_0\right) - \rho\gamma\left(\kappa_0^{\rm abs} + \kappa_0^{\rm sca}\right)\frac{\boldsymbol{v}\cdot\boldsymbol{F}_0}{c}$$

$$\begin{aligned}\frac{1}{c^2}\frac{\partial F^i}{\partial t} + \frac{\partial P^{ik}}{\partial x^k} &= \rho\gamma\frac{v^i}{c^2}\left(j_0 - c\kappa_0^{\rm abs} E_0\right) \\ &\quad -\rho\left(\kappa_0^{\rm abs} + \kappa_0^{\rm sca}\right)\frac{\gamma - 1}{v^2}\frac{v^i}{c}\left(\boldsymbol{v}\cdot\boldsymbol{F}_0\right) \\ &\quad -\frac{1}{c}\rho\left(\kappa_0^{\rm abs} + \kappa_0^{\rm sca}\right)F_0^i.\end{aligned}$$

2. RRHD Moment Formalism

Moment equations for radiation

両辺とも静止系の輻射量で表した0次と1次のモーメント式。1次のモーメント式の2行目で、[]内の第2項と第3項などで現れている速度に比例する項が、いわゆる輻射抵抗（コンプトン抵抗）。

$$\frac{\partial E}{\partial t} + \nabla \boldsymbol{F} = \rho\gamma\left(j_0 - c\kappa_0^{\mathrm{abs}} E + \kappa_0^{\mathrm{abs}} \frac{\boldsymbol{v}\cdot\boldsymbol{F}}{c}\right)$$

$$+ \rho\gamma^3 \kappa_0^{\mathrm{sca}} \left[\frac{v^2}{c} E + \frac{v_i v_j}{c} P^{ij} - \left(1 + \frac{v^2}{c^2}\right)\frac{\boldsymbol{v}\cdot\boldsymbol{F}}{c}\right]$$

$$\frac{1}{c^2}\frac{\partial F^i}{\partial t} + \frac{\partial P^{ik}}{\partial x^k} = \frac{\rho\gamma}{c}\left(\frac{v^i}{c} j_0 - \kappa_0^{\mathrm{abs}} F^i + \kappa_0^{\mathrm{abs}} v_k P^{ik}\right)$$

$$- \frac{\rho\gamma}{c}\kappa_0^{\mathrm{sca}} \left[F^i - \gamma^2 E v^i - v_k P^{ik} + \gamma^2 v^i \left(\frac{2\boldsymbol{v}\cdot\boldsymbol{F}}{c^2} - \frac{v_j v_k}{c^2} P^{jk}\right)\right]$$

2. RRHD Closure Relation 1

Usual closure relation for radiation

In the comoving frame

Eddington approximation

$$P_{\mathrm{co}}^{ik} = \frac{\delta^{ik}}{3} E_{\mathrm{co}}$$

Diffusion approximation

$$F_{\mathrm{co}}^{i} = -\frac{c}{\kappa_R \rho} \frac{\partial P_{\mathrm{co}}^{ik}}{\partial x^k} = -\frac{c}{3\kappa_R \rho} \frac{\partial E_{\mathrm{co}}}{\partial x^i}$$

Flux-limited diffusion

$$F_{\mathrm{co}}^{i} = -\lambda \frac{c}{\kappa_R \rho} \frac{\partial E_{\mathrm{co}}}{\partial x^i}$$

2. RRHD Closure Relation 1

Usual closure relation for radiation

In the comoving frame

Eddington approximation

$$P^{ik}_{\rm co} = \frac{\delta^{ik}}{3} E_{\rm co}$$

Diffusion approximation

$$F^{i}_{\rm co} = -\frac{c}{\kappa_R \rho}\frac{\partial P^{ik}_{\rm co}}{\partial x^k} = -\frac{c}{3\kappa_R \rho}$$

Flux-limiteddiffusion

$$F^{i}_{\rm co} = -\lambda \frac{c}{\kappa_R \rho}\frac{\partial E_{\rm co}}{\partial x^i}$$

- エディントン因子

Isotropic assumption may break down in the relativistic regime even in the comoving frame.

- シミュレーション

Diffusion assumption may break down in the optically thin and/or relativistic regimes even in the comoving frame.

2. RRHD Closure Relation 2

What is a closure relation
in subrelativistic to relativistic regimes

$*$ **Velocity-dependent variable Eddington factor**

$$P_{\rm co} = f(\beta) E_{\rm co}$$

- **plane-parallel**

$$f(\beta) = \frac{1+2\beta}{3}; \quad \beta = \frac{v}{c}$$

- **spherical**

$$f(\tau, \beta) = \frac{1+\tau/[\gamma(1+\beta)]}{1+3\tau/[\gamma(1+\beta)]}$$

Fukue 2006; Fukue, Akizuki 2006, 2007

Akizuki, Fukue 2007; Abramowicz+ 1991

$*$ **Numerical simulation**

$$f(\tau, \beta)$$

Koizumi, Umemura 2007

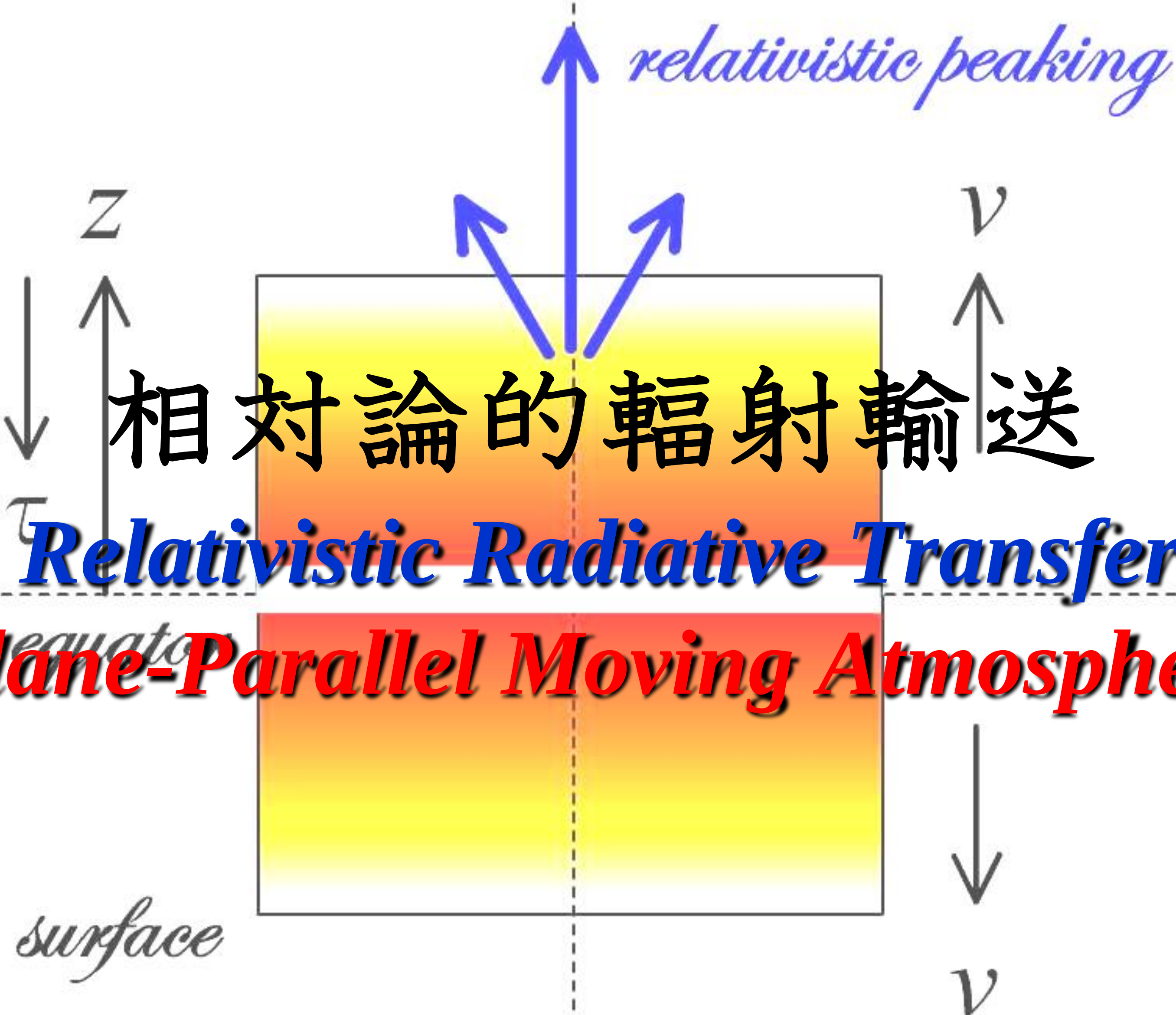
$*$ **Velocity-gradient-dependent variable Eddington factor**

$$f(\tau, \beta, d\beta/d\tau)$$

Fukue 2007

相対論的輻射輸送

Relativistic Radiative Transfer
Plane-Parallel Moving Atmosphere



福江　純＠大阪教育大学

目次

輻射輸送の基礎

１　輻射輸送方程式
２　静的平行平板大気
３　静的球対称大気
４　球対称風

ミルンーエディントン解
（Milne-Eddington solution）

$$T^4 = \frac{3}{4} T_{eff}^4 \left(\tau + \frac{2}{3} \right)$$

降着円盤の輻射輸送

相対論的流れでの輻射輸送

１　平行平板流（降着円盤風）

今後の課題

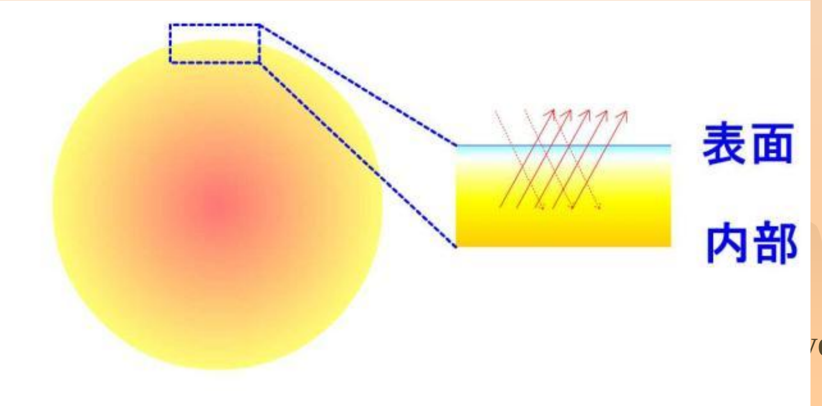
恒星大気と降着円盤大気

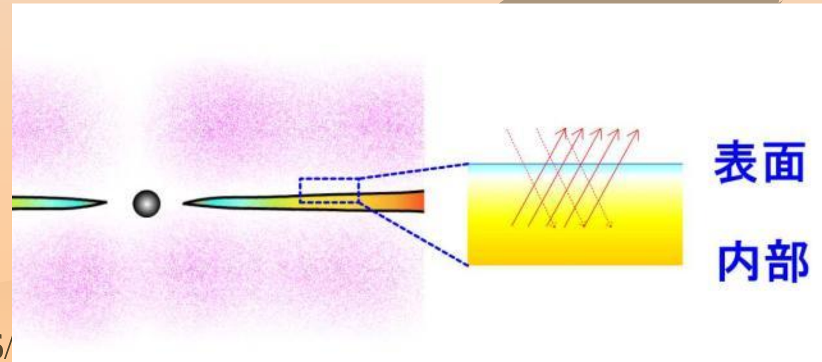
恒星大気

- 平行平板近似
- エネルギー源は中心
- 重力場は一定
- 半無限平面
- 散乱はときに重要

降着円盤大気

- 平行平板近似
- 加熱源は全体
- 重力場は変化する
- 光学的厚みは有限
- 散乱はたいてい重要





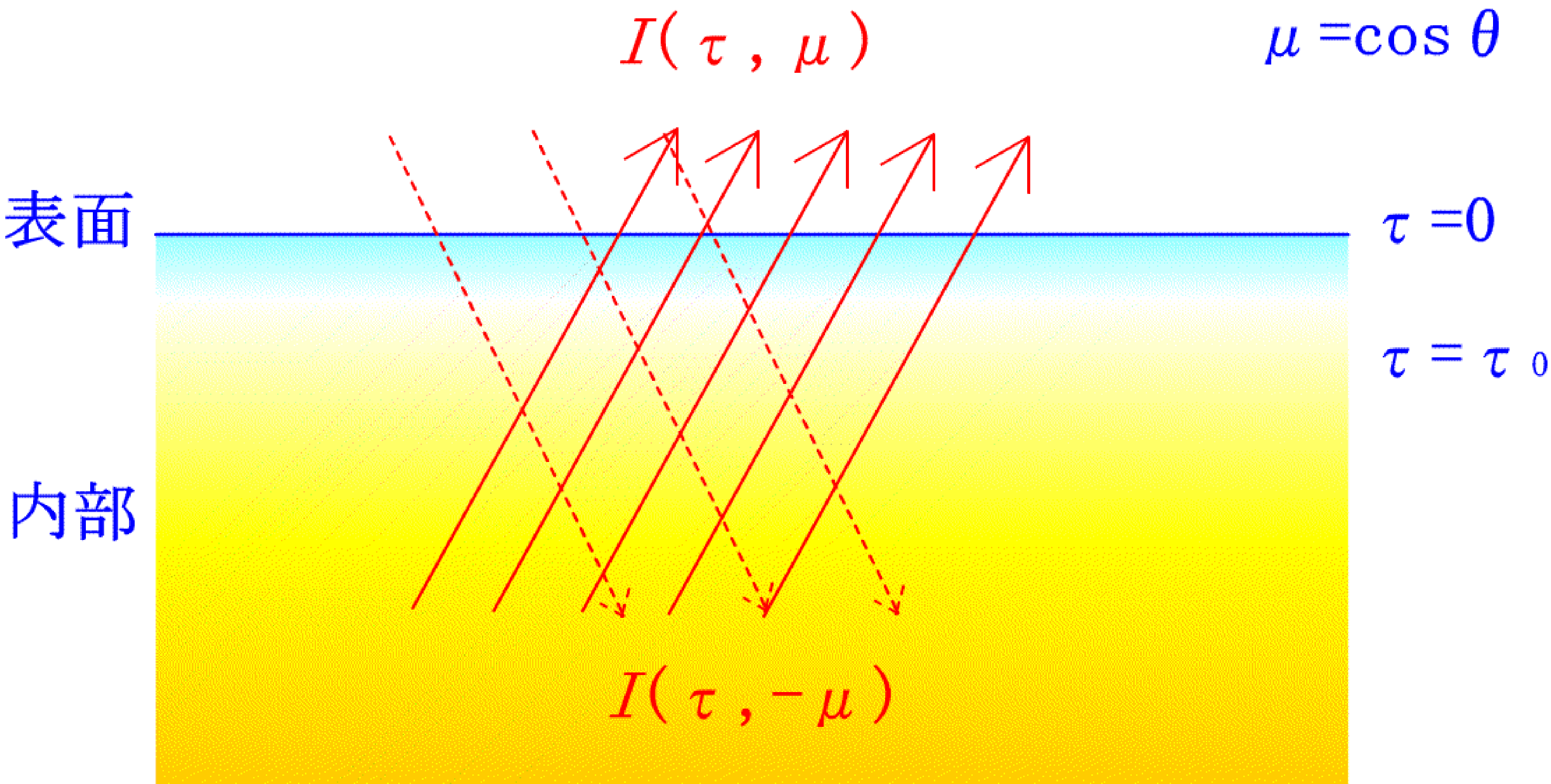
輻射輸送の基礎
２　静的平行平板大気
周縁減光効果とピーキング効果

Radiative Transfer

2 Plane-Parallel Atmosphere

Limb-Darkening and Peaking

２　静的平行平板大気
状況:半無限平面



２　静的平行平板大気 基礎方程式(z)

- 輻射輸送
- 0次モーメント
- 1次モーメント
- Eddington近似

$$\cos\theta \frac{dI}{dz} = \rho\left[\frac{j}{4\pi} - \left(\kappa_{\rm abs} + \kappa_{\rm sca}\right) I + \kappa_{\rm sca}\frac{c}{4\pi}E\right]$$

$$\frac{dF}{dz} = \rho\left(j - c\kappa_{\rm abs}E\right) = 0 \quad (\ \mathrm{R.E.})$$

$$\frac{dP}{dz} = -\frac{\rho\left(\kappa_{\rm abs} + \kappa_{\rm sca}\right)}{c}F$$

$$cP = \frac{1}{3}cE$$

- 灰色近似
- 輻射平衡(R.E.) : $j - c\kappa_{\rm abs}E=0$

２　静的平行平板大気
基礎方程式(τ)

- 光学的深さτ導入

$$d\tau \equiv -\rho\left(\kappa_{\mathrm{abs}} + \kappa_{\mathrm{sca}}\right) dz,$$

- 輻射輸送
- 0次モーメント
- 1次モーメント
- Eddington近似

$$\mu \frac{dI}{d\tau} = I - \frac{c}{4\pi} E$$

$$\frac{dF}{d\tau} = 0$$

$$c\frac{dP}{d\tau} = F$$

$$cP = \frac{1}{3} cE$$

２　静的平行平板大気
Milne-Eddington解

- 境界条件

$$3cP_\mathrm{s} = cE_\mathrm{s} = 2F_\mathrm{s} \qquad \mathrm{at} \quad \tau = 0,$$

- モーメント量

$$F = F_\mathrm{s}$$

$$3cP = cE = 3F_\mathrm{s}\left(\frac{2}{3} + \tau\right)$$

- 輻射強度

$$I(\tau, \mu) = \frac{3F_\mathrm{s}}{4\pi}\left(\frac{2}{3} + \tau + \mu\right).$$

- 表面での強度:

$$I(0, \mu) = \frac{3F_\mathrm{s}}{4\pi}\left(\frac{2}{3} + \mu\right).$$

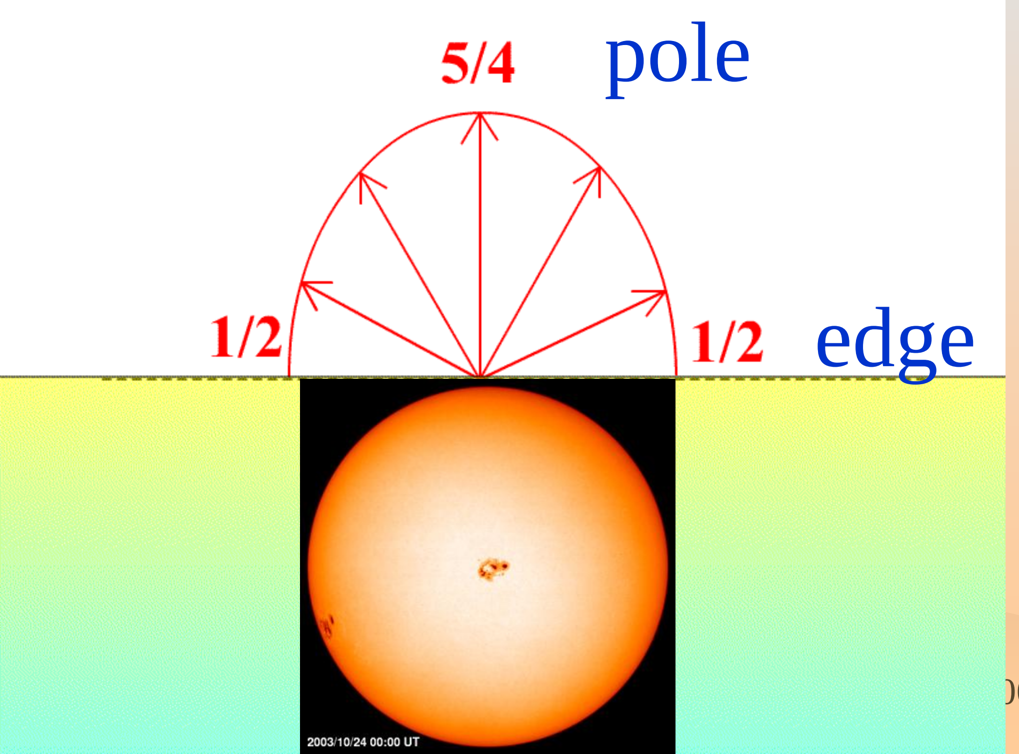
周縁減光効果

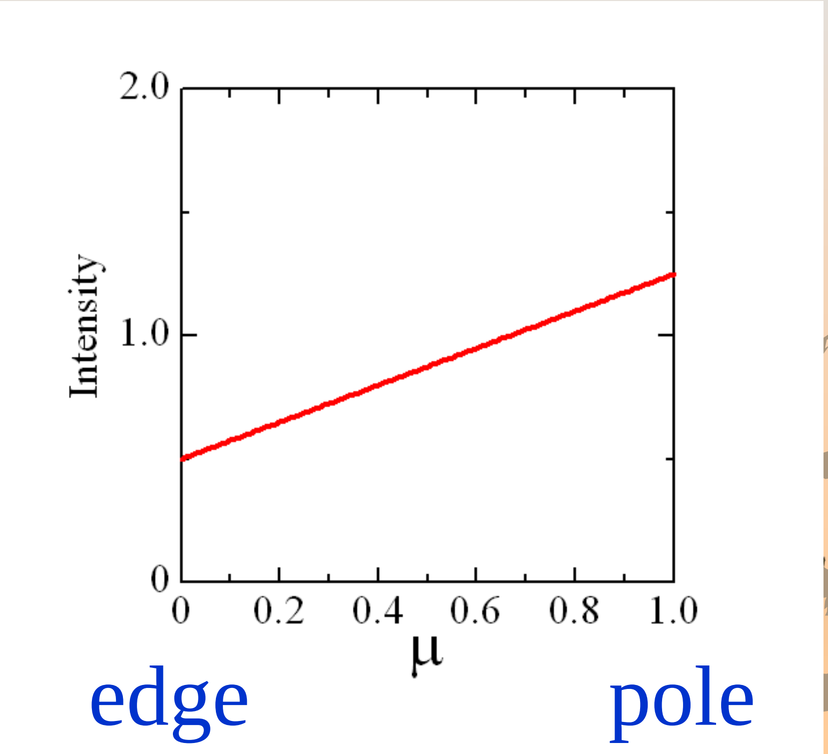
２　静的平行平板大気
Milne-Eddington解

- 表面での強度：
  周縁減光効果

$$I(\tau,\mu)=\frac{3F_s}{4\pi}\left(\frac{2}{3}+\tau+\mu\right).$$

$$I(0,\mu)=\frac{3F_s}{4\pi}\left(\frac{2}{3}+\mu\right).$$



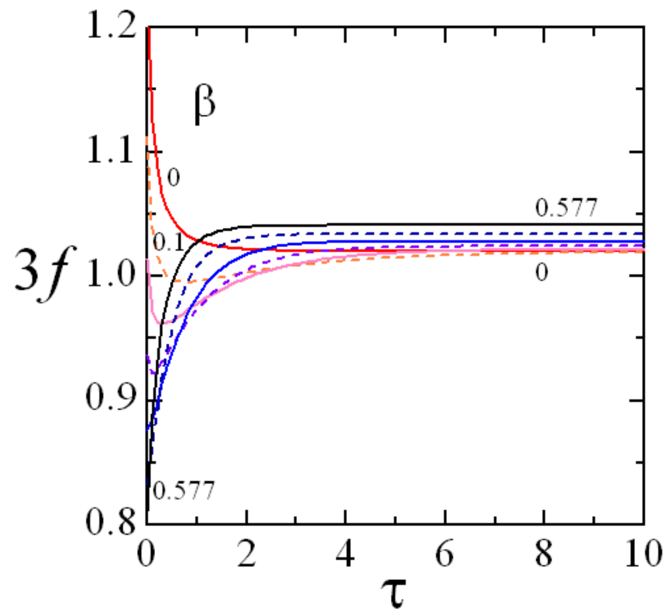


２　静的平行平板大気 Eddington近似の精度

- 得られた輻射強度を、表面で再度積分

$$I(\tau,\mu) = \frac{3F_s}{4\pi}\left(\frac{2}{3}+\tau+\mu\right).$$

$$I(0,\mu) = \frac{3F_s}{4\pi}\left(\frac{2}{3}+\mu\right).$$



$$cE = \frac{3F_s}{2}\int_0^1\left(\frac{2}{3}+\mu\right)d\mu = 3F_s\frac{7}{12},$$

$$cP = \frac{3F_s}{2}\int_0^1\left(\frac{2}{3}+\mu\right)\mu^2 d\mu = \frac{1}{3}3F_s\frac{17}{24},$$

$$\frac{P}{E} = \frac{1}{3}\frac{17}{14}$$

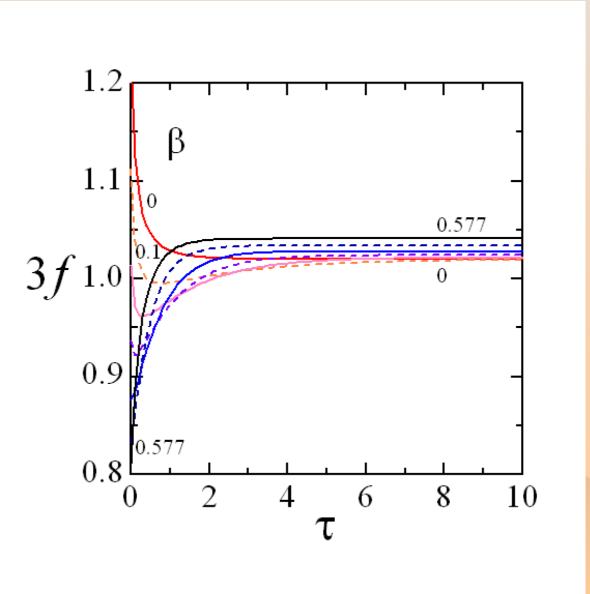
２　静的平行平板大気
厳密解:Hopf function $q(\tau)$

- Hopf function $q(\tau)$

$$q(\tau) = 0.71048 - 0.259739 E_2(\tau) + 0.323258 E_3(\tau) - 0.102582 E_4(\tau)$$

$$q(0) = 1/\sqrt{3} = 0.577350$$

$$q(\infty) = 0.710446$$



$$cE = 3F_s[\tau + q(\tau)]$$

$$F^z = F_s$$

$$cP^{zz} = F_s[\tau + q(\infty)]$$

$$cP^{xx} = cP^{yy} = F_s[\tau + \frac{3}{2}q(\tau) - \frac{1}{2}q(\infty)]$$

2　静的平行平板大気
厳密解:Hopf function $q(\tau)$

- Hopf function $q(\tau)$

$$q(\tau)=0.71048-0.259739E_2(\tau)+0.323258E_3(\tau)-0.102582E_4(\tau)$$

$$q(0)=1/\sqrt{3}=0.577350$$

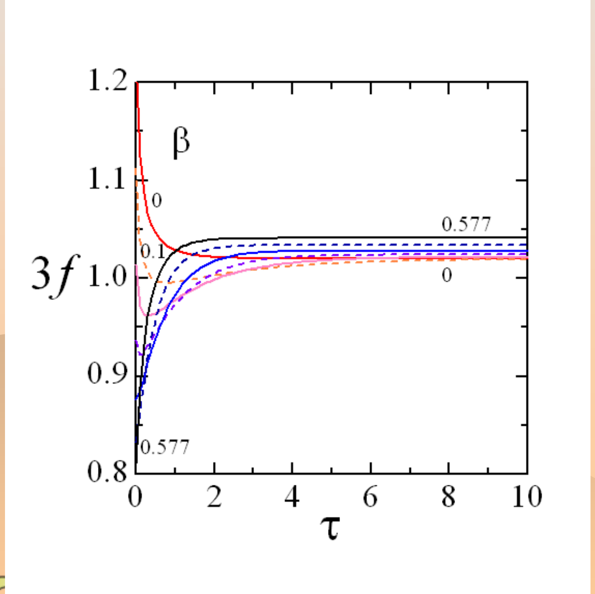
$$q(\infty)=0.710446$$

$$f^{zz}=\frac{1}{3}\frac{\tau+q(\infty)}{\tau+q(\tau)}$$

$$f^{xx}=f^{yy}=\frac{1}{3}\frac{\tau+\frac{3}{2}q(\tau)-\frac{1}{2}q(\infty)}{\tau+q(\tau)}$$

$$f^{zz}(0)=0.410176$$

$$f^{xx}(0)=f^{yy}(0)=0.294912$$



相対論的輻射輸送
相対論的流れでの輻射輸送

Relativistic Radiative Transfer

Radiative Transfer in Relativistic Flows

相対論的流れでの輻射輸送
３　有限の厚みをもつ平行平板流における相対論的輻射輸送の厳密解
一般化された**Milne-Eddington**解
（速度一定）

Radiative Transfer in Relativistic Flows

3 Milne-Eddington Solutions for Relativistic Plane-Parallel Flows

by

Fukue J.

2008, PASJ 60, in press

2. 相対論的輻射輸送方程式 —般形

inertial/fixed frame

$$
\begin{aligned}
\frac{1}{c}\frac{\partial I}{\partial t} + (\boldsymbol{l}\cdot\boldsymbol{\nabla}) I = \rho\gamma^{-3}\left(1-\frac{\boldsymbol{v}\cdot\boldsymbol{l}}{c}\right)^{-3} \Bigg[& \frac{j_0}{4\pi} - \left(\kappa_0^{\mathrm{abs}} + \kappa_0^{\mathrm{sca}}\right)\gamma^4\left(1-\frac{\boldsymbol{v}\cdot\boldsymbol{l}}{c}\right)^4 I \\
& + \frac{\kappa_0^{\mathrm{sca}}}{4\pi}\frac{3}{4}\gamma^{-2}\left(1-\frac{\boldsymbol{v}\cdot\boldsymbol{l}}{c}\right)^{-2}\left\{\gamma^4\left[\left(1-\frac{\boldsymbol{v}\cdot\boldsymbol{l}}{c}\right)^2 + \left(\frac{v^2}{c^2}-\frac{\boldsymbol{v}\cdot\boldsymbol{l}}{c}\right)^2\right] cE \right. \\
& + 2\gamma^2\left(\frac{v^2}{c^2}-\frac{\boldsymbol{v}\cdot\boldsymbol{l}}{c}\right)\boldsymbol{F}\cdot\boldsymbol{l} - 2\gamma^4\left[\left(1-\frac{\boldsymbol{v}\cdot\boldsymbol{l}}{c}\right)^2 + \left(1-\frac{\boldsymbol{v}\cdot\boldsymbol{l}}{c}\right)\left(\frac{v^2}{c^2}-\frac{\boldsymbol{v}\cdot\boldsymbol{l}}{c}\right)\right]\frac{\boldsymbol{v}\cdot\boldsymbol{F}}{c} \\
& \left. + l_i l_j c P^{ij} - 2\gamma^2\left(1-\frac{\boldsymbol{v}\cdot\boldsymbol{l}}{c}\right) v_i l_j P^{ij} + 2\gamma^4\left(1-\frac{\boldsymbol{v}\cdot\boldsymbol{l}}{c}\right)^2 \frac{v_i v_j P^{ij}}{c}\right\}\Bigg],
\end{aligned}
$$

$$
cE = \int I\, d\Omega,\quad F^i = \int I l^i\, d\Omega,\quad cP^{ik} = \int I l^i l^k\, d\Omega
$$

2. 相対論的輻射輸送方程式 鉛直方向

inertial/fixed frame

静止系での輻射強度 $I(z)$

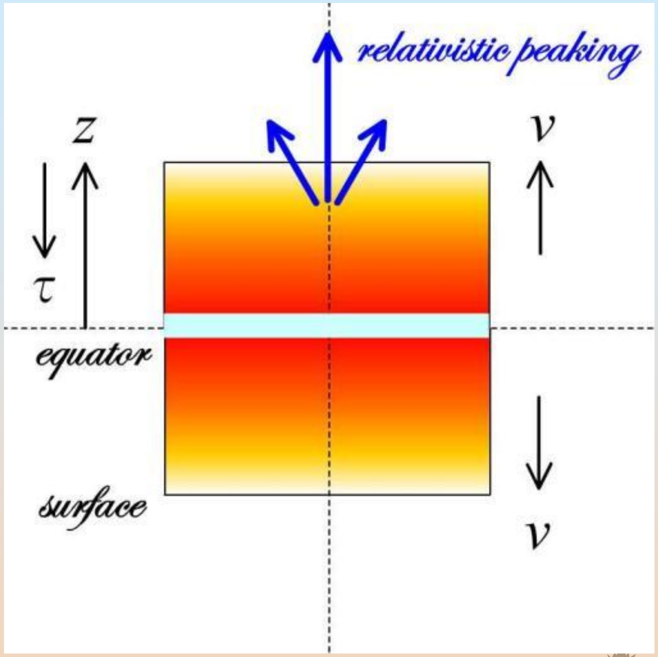
鉛直座標 z

方向余弦 $\mu=\cos\theta$

速度 $\beta=v/c$; 4元速度u

密度 ρ

光学的厚み $\tau=-\kappa\rho dz$



輻射輸送方程式

$$\mu\frac{dI}{dz}=\rho\frac{1}{\gamma^3(1-\beta\mu)^3}\left[\frac{j_0}{4\pi}-\left(\kappa_0^{\rm abs}+\kappa_0^{\rm sca}\right)\gamma^4(1-\beta\mu)^4 I+\frac{\kappa_0^{\rm sca}}{4\pi}\frac{3}{4}\gamma^2\left\{\left[1+\frac{(\mu-\beta)^2}{(1-\beta\mu)^2}\beta^2+\frac{(1-\beta^2)^2}{(1-\beta\mu)^2}\frac{1-\mu^2}{2}\right]cE\right.\right.$$
$$\left.\left.-\left[1+\frac{(\mu-\beta)^2}{(1-\beta\mu)^2}\right]2F\beta+\left[\beta^2+\frac{(\mu-\beta)^2}{(1-\beta\mu)^2}-\frac{(1-\beta^2)^2}{(1-\beta\mu)^2}\frac{1-\mu^2}{2}\right]cP\right\}\right],$$

2. 相対論的輻射輸送方程式 鉛直方向

流体方程式

$$\rho c u = \rho\gamma\beta c = J \ (=\mathrm{const.}),$$

$$c^2 u\frac{du}{dz} = c^2\gamma^4\beta\frac{d\beta}{dz} = -\frac{d\psi}{dz} - \gamma^2\frac{c^2}{\varepsilon+p}\frac{dp}{dz} + \frac{\rho c^2}{\varepsilon+p}\frac{\kappa_0^{\mathrm{abs}}+\kappa_0^{\mathrm{sca}}}{c}\gamma^3\left[F(1+\beta^2)-(cE+cP)\beta\right],$$

$$0 = \frac{q^+}{\rho} - \left(j_0 - \kappa_0^{\mathrm{abs}} cE\gamma^2 - \kappa_0^{\mathrm{abs}} cPu^2 + 2\kappa_0^{\mathrm{abs}} F\gamma u\right),$$

モーメント方程式

$$\frac{dF}{dz} = \rho\gamma\left[j_0 - \kappa_0^{\mathrm{abs}} cE + \kappa_0^{\mathrm{sca}}(cE+cP)\gamma^2\beta^2 + \kappa_0^{\mathrm{abs}} F\beta - \kappa_0^{\mathrm{sca}} F(1+\beta^2)\gamma^2\beta\right],$$

$$\frac{dP}{dz} = \frac{\rho\gamma}{c}\left[j_0\beta - \kappa_0^{\mathrm{abs}} F + \kappa_0^{\mathrm{abs}} cP\beta - \kappa_0^{\mathrm{sca}} F\gamma^2(1+\beta^2) + \kappa_0^{\mathrm{sca}}(cE+cP)\gamma^2\beta\right],$$

$$cP(1-f\beta^2) = cE(f-\beta^2) + 2F\beta(1-f),$$

$$cE = \int I\,d\Omega,\ \ F^i = \int I l^i\,d\Omega,\ \ cP^{ik} = \int I l^i l^k\,d\Omega$$

2. 相対論的輻射輸送方程式 鉛直方向

輻射輸送方程式

$$\mu\frac{dI}{dz}=\rho\frac{1}{\gamma^3(1-\beta\mu)^3}\Bigg[-\left(\kappa_0^{\rm abs}+\kappa_0^{\rm sca}\right)\gamma^4(1-\beta\mu)^4 I+\frac{q^+}{4\pi\rho}+\frac{\kappa_0^{\rm abs}}{4\pi}\gamma^2(cE-2F\beta+\beta^2cP)$$
$$+\frac{\kappa_0^{\rm sca}}{4\pi}\frac{3}{4}\gamma^2\left\{\left[1+\frac{(\mu-\beta)^2}{(1-\beta\mu)^2}\beta^2+\frac{(1-\beta^2)^2}{(1-\beta\mu)^2}\frac{1-\mu^2}{2}\right]cE\right.$$
$$\left.-\left[1+\frac{(\mu-\beta)^2}{(1-\beta\mu)^2}\right]2F\beta+\left[\beta^2+\frac{(\mu-\beta)^2}{(1-\beta\mu)^2}-\frac{(1-\beta^2)^2}{(1-\beta\mu)^2}\frac{1-\mu^2}{2}\right]cP\right\}\Bigg]. \quad (9)$$

Introducing the optical depth defined by

$$d\tau=-\left(\kappa_0^{\rm abs}+\kappa_0^{\rm sca}\right)\rho dz, \quad (10)$$

the transfer equation (9) finally becomes

モーメント方程式

$$\mu\frac{dI}{d\tau}=\frac{1}{\gamma^3(1-\beta\mu)^3}\Bigg[\gamma^4(1-\beta\mu)^4 I-\frac{1}{4\pi}\frac{\kappa_0^{\rm abs}}{\kappa_0^{\rm abs}+\kappa_0^{\rm sca}}\gamma^2(cE-2F\beta+\beta^2cP)$$
$$-\frac{1}{4\pi}\frac{\kappa_0^{\rm sca}}{\kappa_0^{\rm abs}+\kappa_0^{\rm sca}}\frac{3}{4}\gamma^2\left\{\left[1+\frac{(\mu-\beta)^2}{(1-\beta\mu)^2}\beta^2+\frac{(1-\beta^2)^2}{(1-\beta\mu)^2}\frac{1-\mu^2}{2}\right]cE\right.$$
$$\left.-\left[1+\frac{(\mu-\beta)^2}{(1-\beta\mu)^2}\right]2F\beta+\left[\beta^2+\frac{(\mu-\beta)^2}{(1-\beta\mu)^2}-\frac{(1-\beta^2)^2}{(1-\beta\mu)^2}\frac{1-\mu^2}{2}\right]cP\right\}\Bigg]$$
$$=\gamma(1-\beta\mu)I-\frac{1-A}{4\pi}\frac{1}{\gamma(1-\beta\mu)^3}(cE-2F\beta+\beta^2cP)$$
$$-\frac{A}{4\pi}\frac{3}{4}\frac{1}{\gamma(1-\beta\mu)^3}\left\{\left[1+\frac{(\mu-\beta)^2}{(1-\beta\mu)^2}\beta^2+\frac{(1-\beta^2)^2}{(1-\beta\mu)^2}\frac{1-\mu^2}{2}\right]cE\right.$$
$$\left.-\left[1+\frac{(\mu-\beta)^2}{(1-\beta\mu)^2}\right]2F\beta+\left[\beta^2+\frac{(\mu-\beta)^2}{(1-\beta\mu)^2}-\frac{(1-\beta^2)^2}{(1-\beta\mu)^2}\frac{1-\mu^2}{2}\right]cP\right\}, \quad (11)$$

where

$$A\equiv\frac{\kappa_0^{\rm sca}}{\kappa_0^{\rm abs}+\kappa_0^{\rm sca}} \quad (12)$$

$$\frac{dF}{d\tau}=\gamma^3\beta[F(1+\beta^2)-(cE+cP)\beta]=\gamma\beta\frac{F(f+\beta^2)-cP(1+f)\beta}{f-\beta^2}, \quad (13)$$

$$c\frac{dP}{d\tau}=\gamma^3[F(1+\beta^2)-(cE+cP)\beta]=\gamma\frac{F(f+\beta^2)-cP(1+f)\beta}{f-\beta^2}. \quad (14)$$

３．解析解　仮定と状況

- 速度(のみ)一定と仮定する
  - 以前：*EFP*、源泉関数も一定
  - 今回：*EFP*、源泉関数は変数
    - 光学的厚みは有限
    - 赤道面の一様光源($I=I_0$ at $\tau=\tau_0$)
- モーメント方程式の解析解(*EFP*)を求め、それを用いて、輻射輸送方程式の解析解(*I*)を求める。

3. 解析解 モーメント量

- 特殊解

$$\frac{cE}{\pi I_\mathrm{s}} = \frac{\gamma^2}{\beta}\left[(1+f\beta^2)(1+2\beta) - (1-2\beta+f\beta^2)e^{-\frac{\beta}{\gamma(f-\beta^2)}\tau}\right]$$

$$\frac{F}{\pi I_\mathrm{s}} = \gamma^2\left[(1+f)(1+2\beta) - (f-\beta^2)e^{-\frac{\beta}{\gamma(f-\beta^2)}\tau}\right]$$

$$\frac{cP}{\pi I_\mathrm{s}} = \frac{\gamma^2}{\beta}\left[(f+\beta^2)(1+2\beta) - (f-\beta^2)e^{-\frac{\beta}{\gamma(f-\beta^2)}\tau}\right]$$

- 境界条件

$$\frac{cE_\mathrm{co}}{\pi I_\mathrm{s}} = \frac{1}{\beta}\left[(1+2\beta) - e^{-\frac{\beta}{\gamma(f-\beta^2)}\tau}\right]$$

$$\frac{F_\mathrm{co}}{\pi I_\mathrm{s}} = e^{-\frac{\beta}{\gamma(f-\beta^2)}\tau}$$

$$\frac{cP_\mathrm{co}}{\pi I_\mathrm{s}} = \frac{f}{\beta}\left[(1+2\beta) - e^{-\frac{\beta}{\gamma(f-\beta^2)}\tau}\right]$$

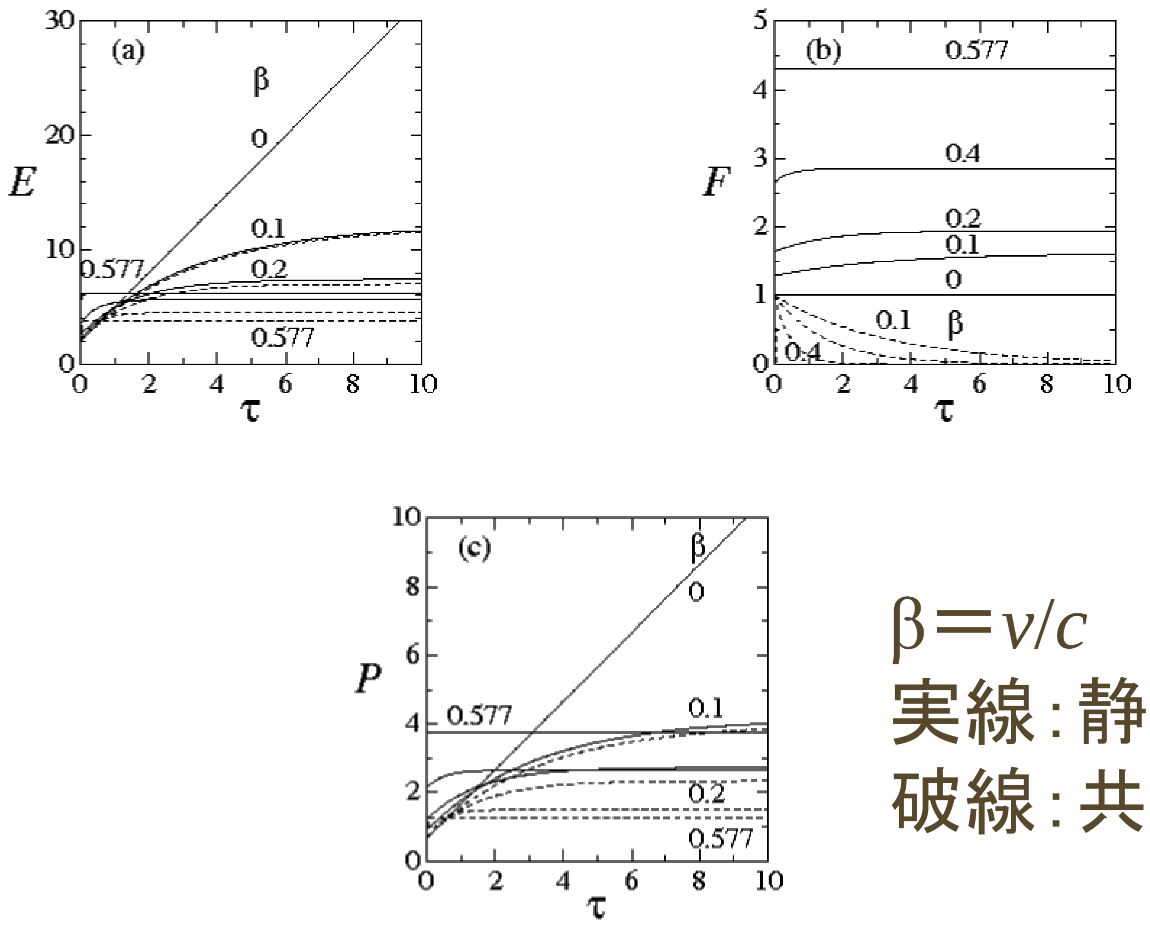
$$cE_\mathrm{s} = 2\pi I_\mathrm{s}\gamma_\mathrm{s}^2\frac{3+3\beta_\mathrm{s}+\beta_\mathrm{s}^2}{3}$$

$$F_\mathrm{s} = 2\pi I_\mathrm{s}\gamma_\mathrm{s}^2\frac{3+8\beta_\mathrm{s}+3\beta_\mathrm{s}^2}{6}$$

$$cP_\mathrm{s} = 2\pi I_\mathrm{s}\gamma_\mathrm{s}^2\frac{1+3\beta_\mathrm{s}+3\beta_\mathrm{s}^2}{3}$$

３. 解析解　モーメント量

- **特殊解**：エネルギー密度E、輻射流束F、輻射圧P



$\beta = v/c$

実線：静止系

破線：共動系

３．解析解　輻射強度

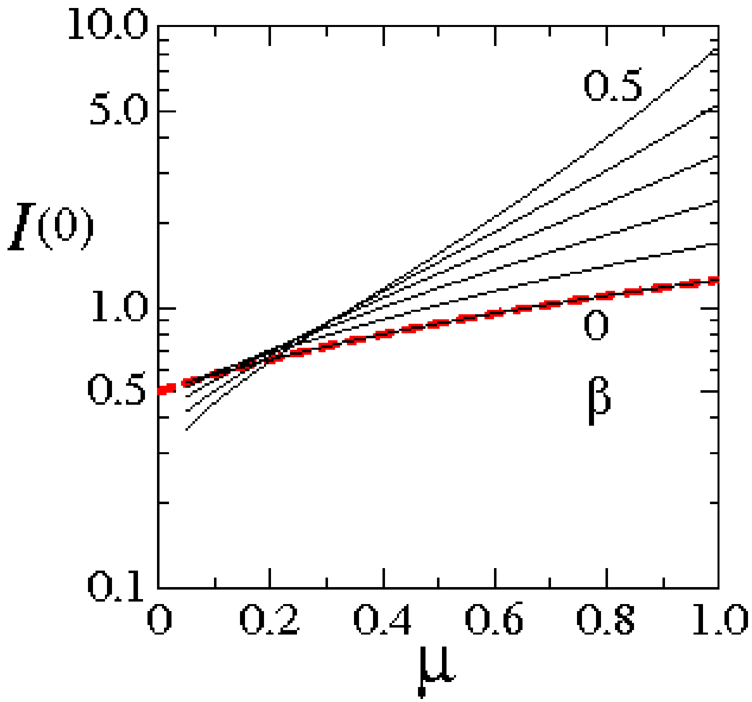
- 表面でのemergent intensityの解析解

$$
\begin{aligned}
I(0,\mu,\beta) &= \frac{\pi I_{\mathrm{s}}}{4\pi}\frac{1}{\gamma^4(1-\beta\mu)^4}\frac{2+\dfrac{(1+2\beta)\mu}{\gamma^2(1-\beta\mu)(f-\beta^2)}}{1+\dfrac{\beta\mu}{\gamma^2(1-\beta\mu)(f-\beta^2)}} \\
&\quad -\frac{\pi I_{\mathrm{s}}}{4\pi}\frac{1}{\gamma^4(1-\beta\mu)^4}\frac{1}{\beta}\left[(1+2\beta)-\frac{1}{1+\dfrac{\beta\mu}{\gamma^2(1-\beta\mu)(f-\beta^2)}}e^{-\frac{\beta}{\gamma(f-\beta^2)}\tau_0}\right]e^{-\frac{\gamma(1-\beta\mu)}{\mu}\tau_0} \\
&\quad +I(\tau_0,\mu)e^{-\frac{\gamma(1-\beta\mu)}{\mu}\tau_0}
\end{aligned}
$$

3. 解析解 輻射強度

- 表面でのemergent intensityの解析解
- 強い相対論的ピーキングを示す

表面からの
放射強度

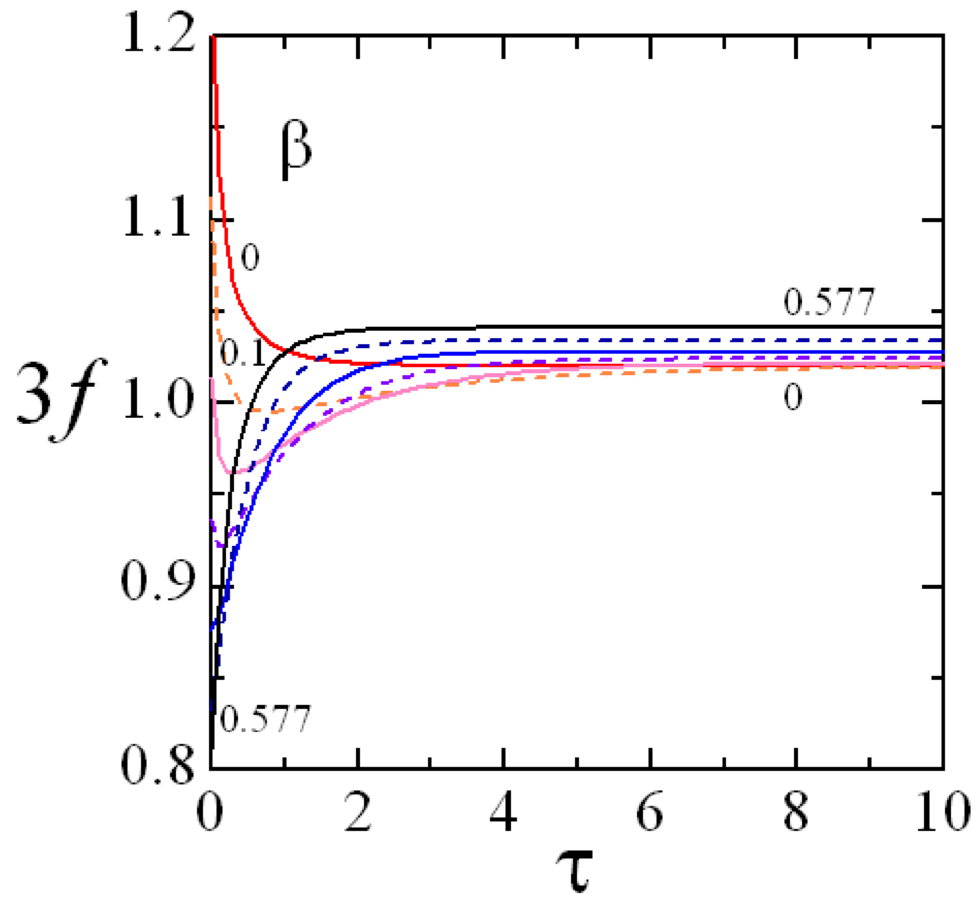


赤い破線
静的大気での
通常の
周縁減光効果

方向余弦

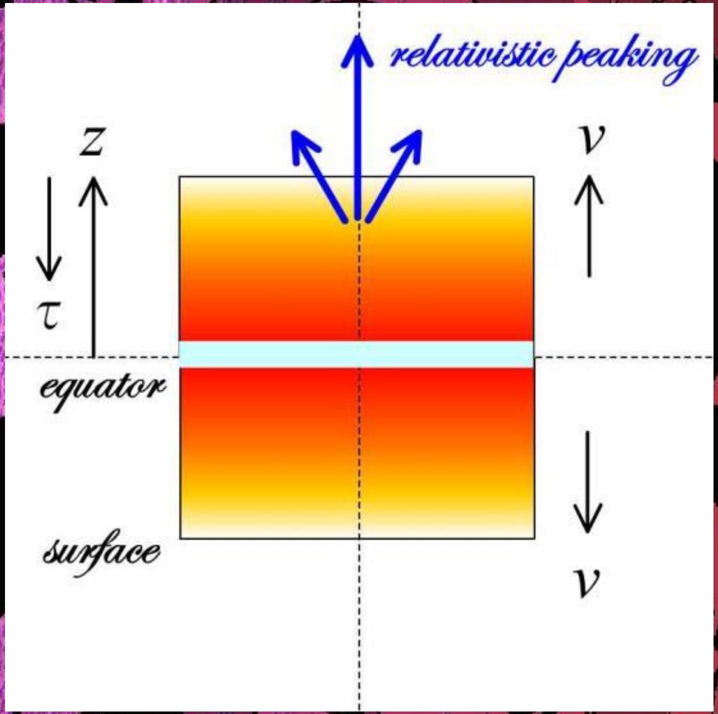
4. 議論 エディントン因子

- 低速 $f(0) > 1/3$
- 高速 $f(0) < 1/3$



4. まとめ まとめ

- 速度一定の仮定のもとで相対論的平行平板流における相対論的輻射輸送を解析的に解き、**一般化されたMilne-Eddington解**を求めた
- 速度が大きくなるほど相対論的ピーキング効果が顕著になることがわかった

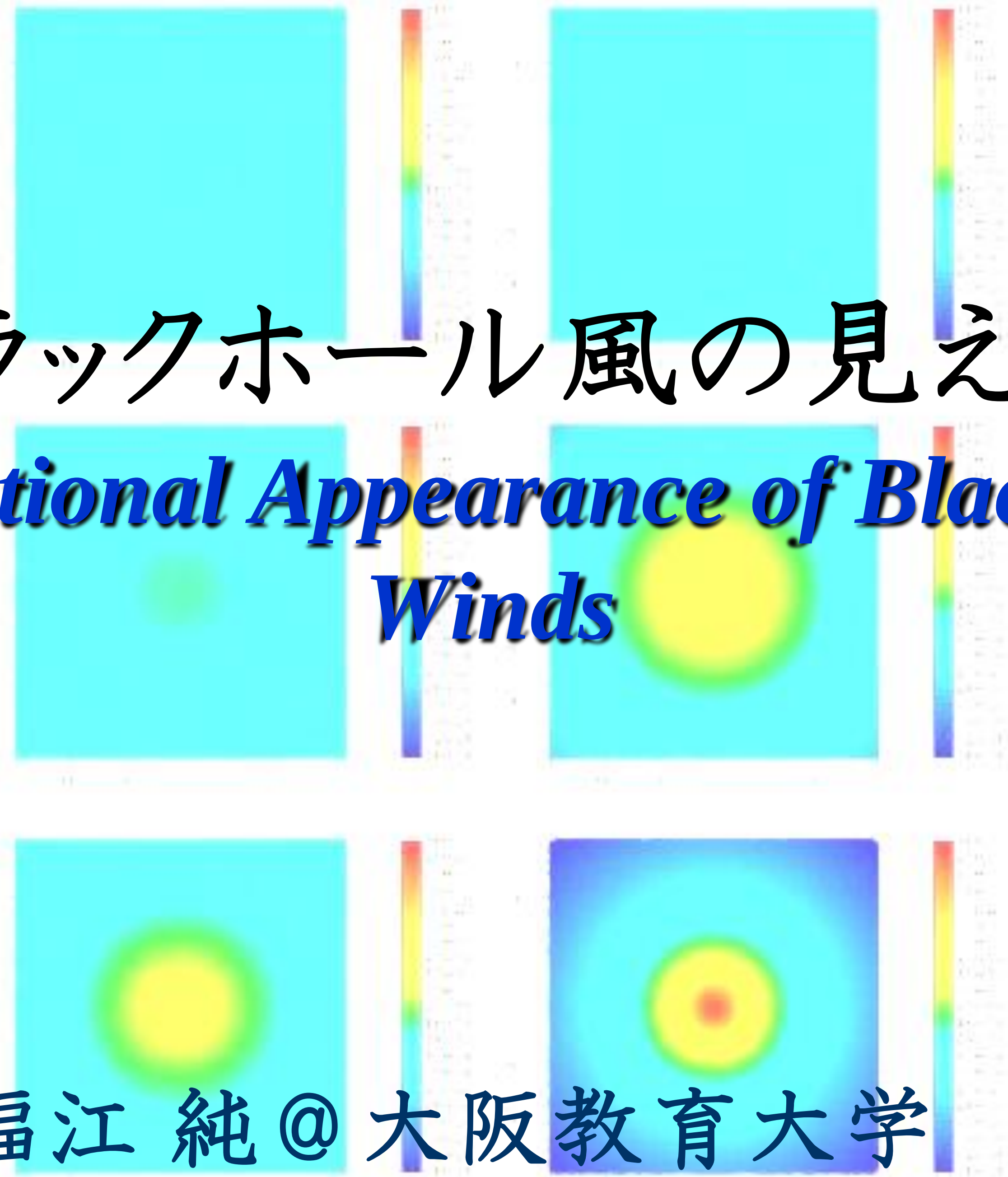


- $f=1/3$
- 今後はより一般的な場合などを調べる

ブラックホール風の見え方

Observational Appearance of Black-Hole Winds

福江 純＠大阪教育大学



目次

ブラックホール風の見え方
２　相対論的領域での光学的厚み

Observational Appearance of Black-Hole Winds

2 Optical Depth in Relativistic Regime

Sumitomo, N. et al. 2008, PASJ, 59, 1043

相対論的な見た目の光学的厚み

Abramowicz, Novikov, Paczynski 1991

- 光路長dsやλは、ローレンツ＝フィッツジェラルド短縮で変わる
- 光学的厚み$d\tau$は、相対論的不変量
- 亜光速プラズマ流では、下流方向に向かって光学的厚みτは見かけ上は小さくなる。上流へは大きくなる。

$$ds = \frac{1}{\gamma(1-\beta\cos\theta)} ds_0$$

$$\lambda = \frac{1}{\gamma(1-\beta\cos\theta)} \lambda_0$$

$$d\tau = d\tau_0 = \kappa_0 \rho_0 ds_0$$
$$= \gamma(1-\beta\cos\theta)\kappa_0\rho_0 ds$$

ブラックホール風の見え方
３　ブラックホール風の観測的外観

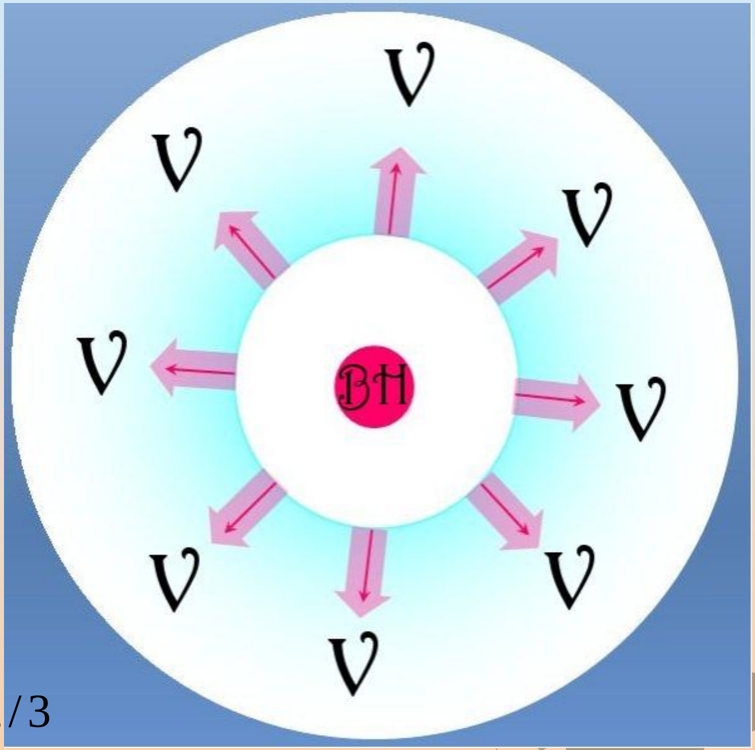
Observational Appearance of Black-Hole Winds

3 Observational Appearance of Black-Hole Winds

ブラックホール風のモデル

- 仮定
  - 定常
  - 球対称（R）
  - 重力なし
  - 速度一定（$v = c\beta = \mathrm{const}$）
  - 断熱膨張（$T \propto \rho^{\Gamma\text{-}1}$）
- 密度分布と温度分布

$$\rho_0 = \frac{\dot{M}_0}{4\pi\gamma v}\frac{1}{R^2} \qquad \frac{T_0}{T_c} = \left(\frac{R}{R_c}\right)^{-2/3}$$

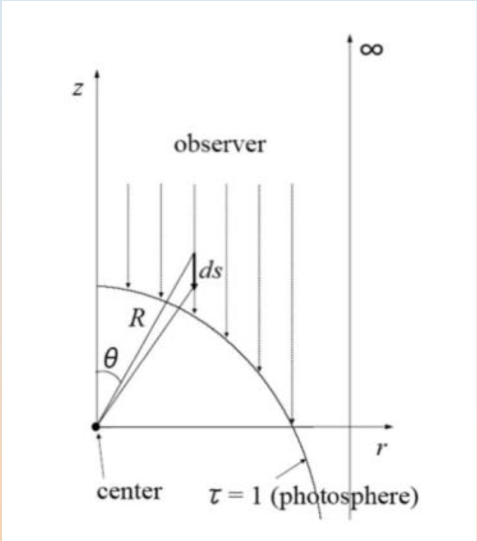


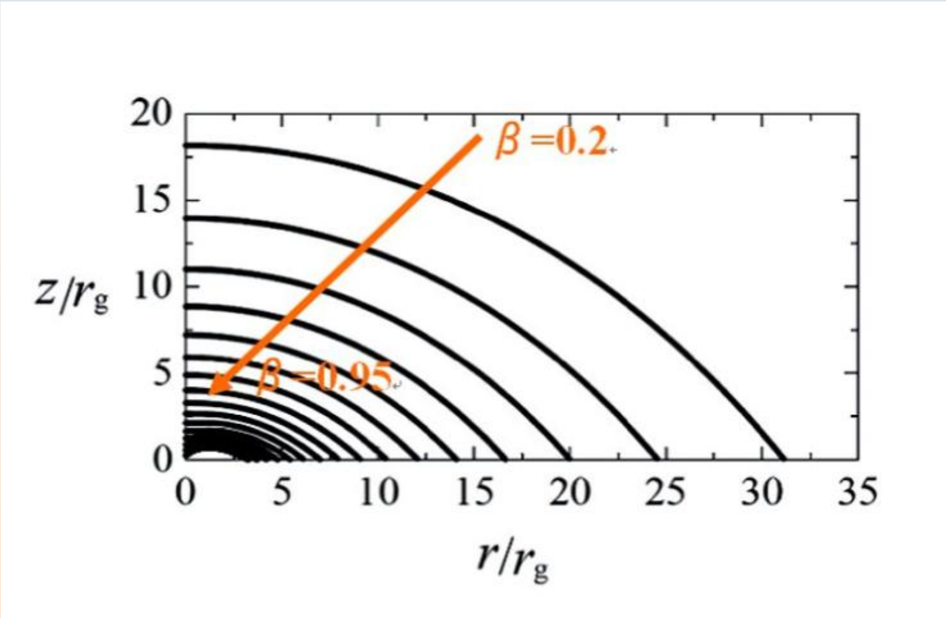
見かけの光球面

Abramowicz, Novikov, Paczynski 1991

- 観測者は$z=\infty$にいる

$$\tau_{ph} = \int_{z_{ph}}^{\infty} \gamma (1-\beta\cos\theta)\kappa_0\rho_0 dz = 1$$





見かけの光球面の形状。速度はβが0.2から0.95まで0.05ずつ増えている。

- β小 : 周縁減光効果
- β大 : 光球面収縮
- β大 (>2/3) : 中央で凹に

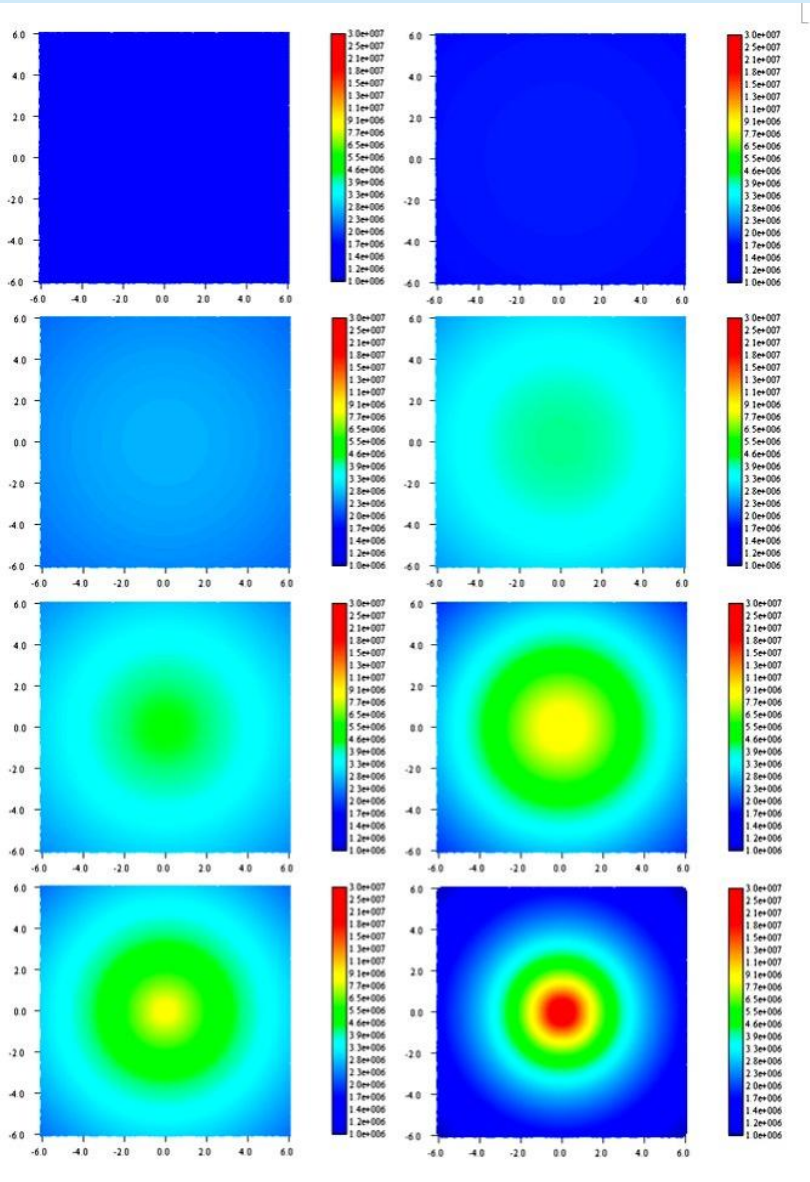
見かけの温度分布と光度

- 見かけ上の光球面＝最終散乱面
- 仮定
  - 共動系で黒体放射
- 観測される温度

$$T_{obs} = \frac{1}{1+z} T_0 = \frac{1}{\gamma(1-\beta\cos\theta)} T_0$$

- パラメータ
  - 10^7太陽質量
  - 中心温度10^7 K

無限大の観測者から見た光球の温度分布。左列は共動系での、右列は静止系での温度分布。風の速度βは上から0.2, 0.4, 0.6, 0.8である。

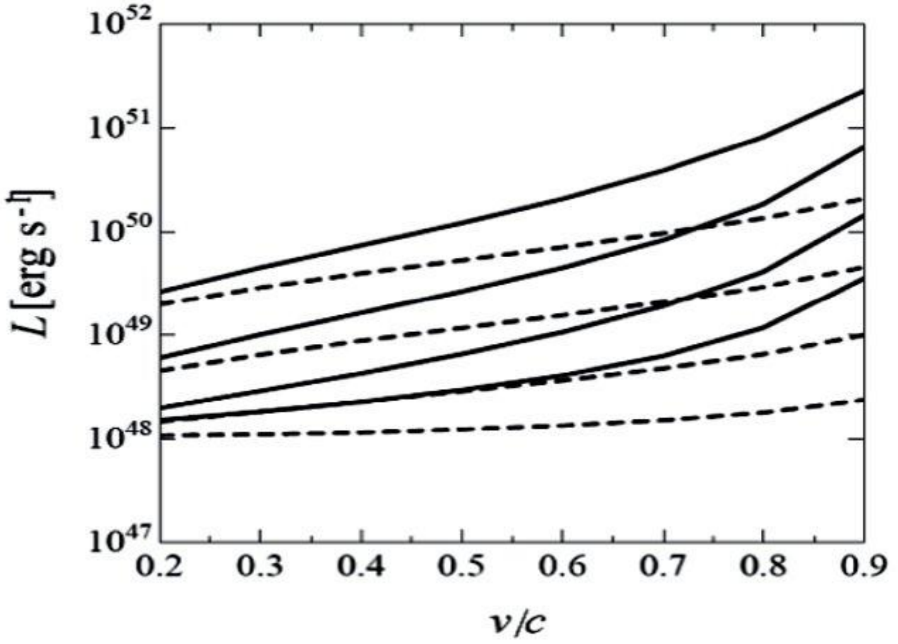


見かけの温度分布と光度

- 観測される光度

$$L = \int_{r_{in}}^{r_{out}} 2\pi r dr \sigma T_{obs}^4$$

- 速度増加→光度増加
  - 相対論的ビーミング
- 質量放出率増加→減少
  - 光球面増大で温度下降
- 静止系の温度が高い



いくつかの質量放出率に対して、速度の関数として表した観測される見かけ上の光度。実線は静止系での観測される光度、破線は共動系での光度で、規格化された質量放出率は上から10、100、1000、10000である。

相対論的輻射流体力学のススメ
今後のお宝

Relativistic Radiation Hydrodynamics

Orbs

今後のお宝：天体現象

輻射場が重要な相対論的天体現象全般

- ブラックホール降着流：光子捕捉
- 相対論的天体風：超相対論的ジェット
- 相対論的爆発：GRBファイアボール
- ニュートリノ円盤：ニュートリノトーラス
- 初期宇宙：最初の降着円盤、最初のジェット

今後のお宝：基礎過程

基礎過程：相対論的輻射流体力学の定式化

- 数値的な方法
- 解析的な方法（変動エディントン因子の導出）

亜光速風中の輻射輸送

- 降着円盤風（ME解）
- 球対称風
- 照射の効果

ブラックホール風の見え方

- 見かけの光学的厚み
- 温度分布、光度、スペクトル

相対論的輻射流体風

- 降着円盤風
- 球対称風
- 回転の効果
- ガス圧、磁場の効果
- 電子・陽電子対
- ニュートリノ