

## 10 宇宙流体と静水圧平衡

宇宙に存在する大部分の天体( astronomical object )は、ガス( gas )それも、主に水素ガスからできている。したがって、地球や惑星の大気構造、太陽や星の内部構造、星間ガスの振舞い、降着円盤の活動、そして宇宙そのものを調べるために、流体力学( hydrodynamics )の手法が用いられる。このように、天体の形や構造そして流れや振動のようなダイナミクスなど、さまざまな天体现象に対し、流体力学の手法を適用して研究する分野を、ここでは、宇宙流体力学( astrohydrodynamics )と呼ぼう。

まず最初に、流体とくに宇宙における流体の特徴と、静水圧平衡および状態方程式に関して、まとめておこう。

### 10.1 流体と宇宙流体

物質の状態には、固体( solid )、液体( liquid )、気体( gas )、そしてプラズマ( plasma )すなわち電離気体( ionized gas )の4つの状態がある。それぞれの状態の特徴を一言でいえば、固体はほとんど変形しない、液体は自由に變形するがその体積は変わらない、気体は變形しかつ圧縮や膨張が可能である、そしてプラズマ( 電離気体 )は電磁気力を受ける、といえよう。

これら4つの状態の中で、液体・気体・プラズマについては、力を加えたときに容易に變形したり、周囲に圧力( pressure )を及ぼすなど、共通する性質が少なくない。そこでそれらを総称して流体( fluid )と呼ぶ。<sup>1</sup>

#### ( 1 ) 宇宙流体の特徴

さて宇宙に存在する流体すなわち宇宙流体( astrophysical fluid )の際だった特徴( すなわち身の回りの世界における流体との大きな相違点 )として、

<sup>1</sup>地殻のような固体でも、プレートテクトニクスのように、長い目で見れば流体として振る舞うことがある。

- (i) ( 天体の力学と同様に ) 作用する力の中で、とくに遠達力としての重力が非常に重要であること
- (ii) 極度に圧縮されうること( 10 億倍も密度が違ふことも珍しくない )
- (iii) しばしば高度に電離していて、そのため電磁場の影響を強く受けること
- (iv) さまざまな機構により、いろいろな電磁波を放射していること

などが挙げられる。

表 10.1 いろいろな天体の密度

地球大気	高度 [km]	密度 [kg m <sup>-3</sup> ]
	100	5.6 × 10 <sup>-7</sup>
	20	0.09
	10	0.41
	1	1.11
	0	1.22
太陽	場所	密度 [g cm <sup>-3</sup> ]
	太陽表面	2.7 × 10 <sup>-7</sup>
	太陽中心	156
		平均密度 [g cm <sup>-3</sup> ]
星間ガス		10 <sup>-23</sup>
太陽		1.4
白色矮星		10 <sup>6</sup>
中性子星		5 × 10 <sup>14</sup>

問 10.1 身の回りの物質の中で、もっとも密度が高いものと低いものの例を挙げよ。

例 10.1 水素原子で陽子と電子の間に働くクーロン力  $F_{\text{Coulomb}}$  は、素電荷  $e$  を  $e = 4.8032 \times 10^{-10}$  esu<sup>2</sup>、ボーア半径  $a_0$  を  $a_0 = 5.29 \times 10^{-9}$  cm とすると、

$$F_{\text{Coulomb}} = \frac{e^2}{a_0^2} = 0.00824 \text{ dyn}$$

になる。一方、これらの間の重力  $F_{\text{gravity}}$  は、万有引力定数  $G$  を  $G = 6.67 \times 10^{-8}$  dyn cm<sup>2</sup> g<sup>-2</sup>、陽子の質量  $m_p$  を  $m_p = 1.6726 \times 10^{-24}$  g、電子の質量  $m_e$  を  $m_e = 9.1094 \times 10^{-28}$  g、とすると、

$$F_{\text{gravity}} = \frac{Gm_p m_e}{a_0^2} = 3.63 \times 10^{-42} \text{ dyn}$$

となる。これらを示せ。また上の計算で見ると、電磁力の方が重力よりもはるかに強い。しかし、地球や宇宙など巨視的なスケールでは、多くの場合、重力の方が重要になる。それはどうしてか。

<sup>2</sup>1 cm の距離で 1 dyn の力が働く電荷を 1 静電単位( 1 esu )という。

( 2 ) 質点と流体の物理量

投げ上げたボールの運動や太陽のまわりを回る惑星の運動など質点の力学と、空気の流れや星の構造など流体の力学とでは、物理量の表し方が少し異なる( 図 10・1 )

すなわち質点の力学の場合は、質点の運動を表す運動方程式を解いて、その質点が“いつ” $t$ 、“どこで” $r$ 、“どのような”速度  $v$  をもっているか調べる。このとき質点は、質量  $m$  や電荷  $q$  などをもった具体的な対象として特定でき、基本的にはその運動をずっと追跡することができる。<sup>3</sup>

一方、流体の場合は、1 個 1 個の流体粒子の運動を追跡することは、現実的には不可能である。そこで普通は、( 多数の流体粒子を含んだ ) 流体の一部分流体要素( fluid element ) ( 流体素片ともいう ) を考えて、その部分の密度  $\rho$  や圧力  $P$  そして( 平均化した ) 速度  $v$  などの物理量が、位置  $r$  および時間  $t$  の関数として、どのように変化するかを調べることになる。<sup>4</sup>

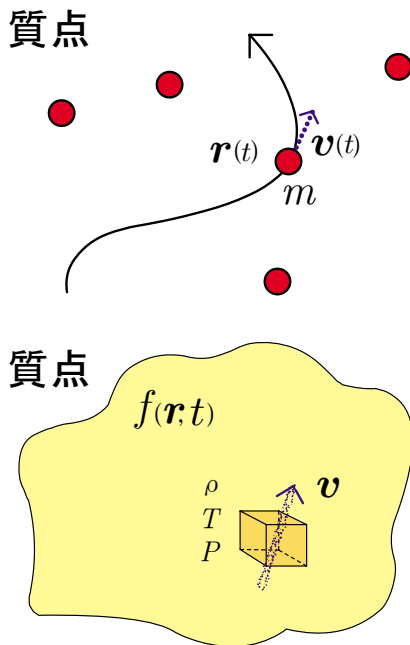


図 10.1 質点と流体の物理量

<sup>3</sup>ラグランジュ( Lagrange ) 的な見方と呼ぶ。

<sup>4</sup>オイラー( Euler ) 的な見方と呼ぶ。なお、流体の場合も、ある流体素片を特定して、その運動を時間的に追跡するラグランジュ的な見方をすることもある。

質点の運動を表す物理量と流体の性質を表す物理量を比較しておく( 表 10・2 )

	質点	流体
座標などの物理量	時間 $t$ 位置 $r(t)$ 速度 $v(t)$	時間 $t$ 位置 $r$ 速度 $v(r, t)$
属性などの物理量	質量 $m$ 電荷 $q$	密度 $\rho(r, t)$ 温度 $T(r, t)$ 圧力 $P(r, t)$
物理法則	運動方程式	運動方程式

10.2 圧力勾配力と静水圧平衡

流体には圧力があるので、流体要素には圧力に起因する力が働く( これは質点の場合にはない! )。重要な点は、以下述べるように、この力が、圧力そのものではなく圧力の差による力であることだ。

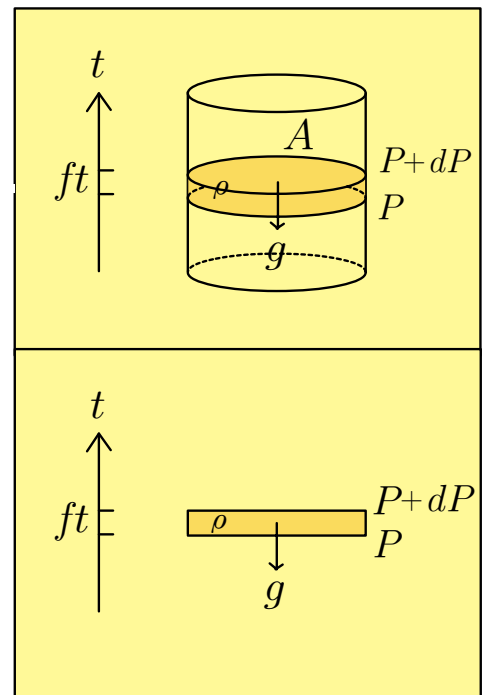


図 10.2 静水圧平衡

この圧力の差による力を求めるために、具体的な例として、重力場のもとで静止している流体( たとえば地球の大気 ) を考えてみよう( 図 10・2 )。流体は、水平方向にも垂直方向にも広がっているわけだが、その内部に仮想的な薄い円柱を想定し、その円柱に働く力の釣り合いを調べてみる。この円柱に働い

ている力は、まわりの流体から円柱の周囲にかかる圧力(単位面積当たりにかかる)と円柱の重心に働く重力である。このうち、水平方向の力は圧力のみで、しかも対称性からこれらの圧力は釣り合っている。そこで以下では、垂直方向の力のみ考える。

仮想的な円柱の断面積を  $A$ 、厚さを  $dz$  とする。さらに円柱の下面の単位面積当りに働く圧力を  $P$ 、上面の単位面積当りに働く圧力を  $P + dP$  としよう。円柱の流体は下ほど押しつぶされているので、下面の圧力の方が高い、すなわち  $dP < 0$  である。また円柱の内部の密度  $\rho$  は、円柱が非常に薄いので、考えている円柱の内部では一定とする。最後に、円柱の重心に下向きに働く重力加速度を  $g$  とする。

これらを合わせると、この気体円柱に働く力(上向きを + とする)は、結局、

上面での全圧力	$-(P + dP)A$
下面での全圧力	$PA$
重心に働く重力	$-\rho g Adz$
トータル	$-dP - \rho g dz = 0$

である。あるいは、微分方程式の形に変形して、

$$-\frac{1}{\rho} \frac{dP}{dz} = g \quad (10.1)$$

となる。

この(10.1)式の、右辺は、下向きに働く単位質量当りの重力すなわち重力加速度である。一方、左辺が圧力による(単位質量当りの)力だが、圧力そのものではなく圧力の勾配による力なので、圧力勾配力( pressure gradient force )と呼ぶ。圧力勾配力は圧力の高い部分から低い部分に向かう力である(高気圧から低気圧へ働く)。

なおこの例で考えたように、流体に働く重力や圧力勾配力が釣り合っていて流体が重力場のもとで静止している状態を、静水圧平衡( hydrostatic equilibrium )と呼ぶ。

以下、しばらくの間は、この静水圧平衡を中心に、宇宙流体力学(のさわり)を紹介する。

補足

上の(10.1)式をより一般的にベクトル形式で表すと、

$$-\frac{1}{\rho} \nabla P + \mathbf{g} = 0 \quad (10.2)$$

と表せる。ただし  $\nabla$ (ナブラ)はベクトル演算子で、直角座標系では  $\nabla = (\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z})$  となり、また  $\mathbf{g}$  は加速度ベクトルで、上の例では  $\mathbf{g} = (0, 0, -g)$  である。

### 10.3 理想気体の状態方程式

密度・温度・圧力などは物質の熱力学的状態を表す物理量だが、流体の構造を調べるためには、これらの物理量の間になり立つ関係式が必要である。その関係式のことを状態方程式( equation of state )という。液体の場合、気体の場合、超高密度物質の場合など、流体の形態によって状態方程式は異なるが、(プラズマ)ガスの場合にはしばしば理想気体の状態方程式が使えることがわかっている。

理想気体の状態方程式は、気体の密度を  $\rho$ 、温度を  $T$ 、圧力を  $P$  として、

$$P = \frac{\mathcal{R}}{\bar{\mu}} \rho T \quad (10.3)$$

と表せる。ただしここで、

$$\mathcal{R} = 8.3145 \times 10^7 \text{ erg K}^{-1} \text{ mol}^{-1} \quad (10.4)$$

は気体定数( gas constant )で、 $\bar{\mu}$  は気体の平均分子量( mean molecular weight )すなわち粒子1個当りの分子量である。

#### 例 10.2 平均分子量の例

- 中性水素ガス( H I ):  $\bar{\mu} = 1$
- 水素分子( H<sub>2</sub> ):  $\bar{\mu} = 2$
- 電離水素ガス( H II ): ( p と e の2個の粒子に対して、分子量が1 ):  $\bar{\mu} = 1/2$
- 空気(分子量28のN分子78%、分子量32のO分子21%、原子量40のAr1%):  $\frac{1}{\bar{\mu}} = \frac{0.78}{14 \times 2} + \frac{0.21}{16 \times 2} + \frac{0.01}{40}$  より  $\bar{\mu} = 28.84$  (計算方法の詳細は省略)

問 10.2 地表付近の空気について、測定値： $P = 1013.25 \text{ mb} = 1.01325 \times 10^6 \text{ dyn cm}^{-2}$ 、 $\rho = 1.225 \times 10^{-3} \text{ g cm}^{-3}$ 、 $T = 288.15 \text{ K}$ 、を理想気体の状態方程式に代入して、成立のほどを確認せよ。

コラム：ポリトロピック

また気体が断熱変化をしている場合には、密度  $\rho$  と圧力  $P$  の間には、

$$P = K \rho^\gamma; \quad K \text{ と } \gamma \text{ は定数} \quad (10.5)$$

という関係が成り立つ。ただしここで、 $\gamma$  は気体の比熱比 (ratio of specific heats) である。上の (10.5) 式は、断熱変化以外の場合でも、しばしば用いる (ポリトロピック関係式と呼ぶ)。

#### 例 10.3

- 単原子理想気体 (水素原子、ヘリウム原子など):  $\gamma = 5/3$
- 2原子理想気体 (水素分子、窒素分子、酸素分子など):  $\gamma = 7/5$

## 11 地球大気の構造

静水圧平衡になっている天体構造の身近な例として、地球大気圏 (atmosphere) の構造を考えてみよう (図 11.1)。

地球の大気層の厚さ (数 100 km) は地球半径 (約 6400 km) に比べて非常に薄く、地表と上空での重力加速度  $g$  の変化は小さい (高度 0 で  $980 \text{ cm s}^{-2}$ 、高度 100 km で  $950 \text{ cm s}^{-2}$ )。したがって地球大気に対しては、十分よい近似で、

$$g = \text{一定} \quad (11.1)$$

と考えてかまわないだろう。



図 11.1 地球の大気

### 11.1 地球の大気圏

地表面から上空へいたる地球の大気は、高度が上がるにしたがって、温度が変化したり、大気成分が変わったり、電離度などの大気の状態が違ったりする。温度変化に注目して地球大気圏の構造を分けると、地表近傍で暖められた空気が上昇して対流運動を起し 100 m につき約 0.6 K の割合で温度が減少している対流圏 (troposphere; 高度 = 0 ~ 10 km)、太陽の紫外線をオゾン  $\text{O}_3$  が吸収し光解離 [ $\text{O}_3 + h\nu$  ( $0.2 \sim 0.3 \mu\text{m}$ )  $\rightarrow \text{O} + \text{O}_2$ ] して上空ほど温度の高くなっている成層圏 (stratosphere; 高度 = 10 ~ 50 km) 紫外線を吸収して酸素分子が酸素原子に光解離 [ $\text{O}_2 + h\nu$  ( $0.1 \sim 0.2 \mu\text{m}$ )  $\rightarrow \text{O} + \text{O}$ ] しながらも再び気温の減少する中間圏 (mesosphere; 高度 = 50 ~ 90 km)、そして波長の短い紫

外線を吸収して酸素や窒素が光電離 [ $\text{O} + h\nu$  ( $0.1 \mu\text{m}$  以下)  $\rightarrow \text{O}^+ + e^-$ ;  $\text{N}_2 + h\nu$  ( $0.1 \mu\text{m}$  以下)  $\rightarrow \text{N}_2^+ + e^-$ ] する熱圏 (thermosphere; 高度 > 90 km) にわけられる (図 11.2)。

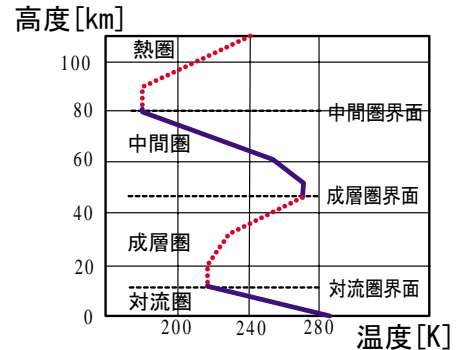


図 11.2 地球大気の鉛直構造

以下では、全体をグローバルにみたときの大気の構造と、対流圏に注目したときの大気構造を調べよう。

### 11.2 地球の大気圏：等温大気

非常に大まかに見れば、大気圏の気温は 200 K から 300 K 程度で、一定だとみなしてもよい。そこでまず、空気の温度  $T$  が高度によらずに一定 - 等温 (isothermal) と呼ぶ - だとしてよう。求めたいものは、ある高度  $z$  (地表を 0 とし鉛直上向きを正にとる) における密度  $\rho(z)$  や圧力  $P(z)$  である。

等温大気の構造を表す方程式は、静水圧平衡:

$$\frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dz} = -g (\text{一定}) \quad (11.2)$$

と、理想気体の状態方程式:

$$P = \frac{\mathcal{R}}{\bar{\mu}} \rho T \quad (11.3)$$

である。

状態方程式を静水圧平衡の式に代入して、温度  $T$  が一定だとすると、

$$\frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dz} = -\frac{\bar{\mu}g}{\mathcal{R}T} \equiv -\frac{1}{H} (\text{一定}) \quad (11.4)$$

と整理できる ( $H$  については後述)。さらにこれを  $z$  で積分すると、

$$\ln \rho = -\frac{z}{H} + \text{定数} \quad (11.5)$$

となり、地表 ( $z = 0$ ) での密度を  $\rho_0$  ( $= 1.225 \text{ kg m}^{-3}$ ) として定数を決めると、密度分布として最終的に、

$$\rho = \rho_0 e^{-z/H} \quad (11.6)$$

が得られる (図 11.3)。

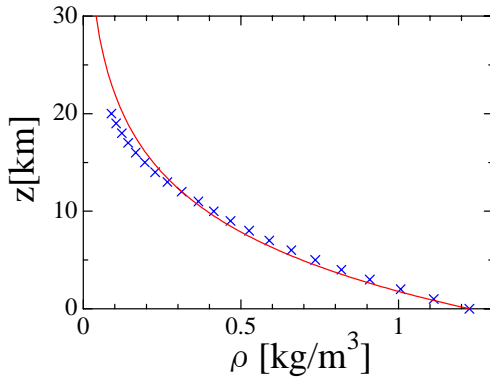


図 11.3 地球大気圏の密度分布。実線が等温モデルで、 $\times$  は標準大気。  $\rho_0 = 1.225 \text{ kg m}^{-3}$ 、 $H = 8.78 \text{ km}$  とした。

問 11.1 等温大気の圧力分布を求めてみよ。

上の (11.4) 式で、

$$H \equiv \frac{\mathcal{R}T}{\bar{\mu}g} \quad (11.7)$$

は等温大気のスケールハイト (scaleheight) と呼ばれる量である。スケールハイトは、大気の厚さの目安となる高度であり、等温大気の場合、 $z = H$  で  $\rho = \rho_0/e = \rho_0/2.72$  になる。

問 11.2 地球大気 ( $g = 980 \text{ cm s}^{-2}$ 、 $\bar{\mu} = 29$ 、 $T = 300 \text{ K}$ ) の場合、

$$H = 8.78 \text{ km}$$

となることを確かめよ。

問 11.3 高度  $z$  が  $H$ 、 $2H$ 、 $3H$  と変化すると、密度はどうなっていくか。

問 11.4 横軸を密度  $\rho$  の対数、縦軸を高度  $z$  としたグラフを描いてみよ。

等温大気モデルの場合、以下のようにして大気の総質量を求めることができる。地球の

半径を  $R_{\oplus}$  とすると、等温大気の総量  $M_{\text{atm}}$  は、

$$\begin{aligned} M_{\text{atm}} &= \int_0^{\infty} 4\pi R_{\oplus}^2 \rho dz \\ &= 4\pi R_{\oplus}^2 \rho_0 \int_0^{\infty} e^{-z/H} dz \\ &= 4\pi R_{\oplus}^2 \rho_0 [-H e^{-z/H}]_0^{\infty} \\ &= 4\pi R_{\oplus}^2 \rho_0 H \end{aligned} \quad (11.8)$$

と計算できる。具体的な数値を入れると、

$$M_{\text{atm}} = 5.5 \times 10^{18} \text{ kg} \quad (11.9)$$

ほどになる。

### 11.3 地球の対流圏：断熱大気

対流圏では温度が  $100 \text{ m}$  につき約  $0.6 \text{ K}$  減少しており、等温的ではない。むしろ対流圏では、対流によって大気が十分攪拌されており、大気は断熱的 (adiabatic) になっている。

そこで、対流圏の構造を表す式としては、静水圧平衡の式 (11.2) と断熱気体の状態方程式：

$$P = K\rho^{\gamma}; \quad K \text{ と } \gamma \text{ は定数} \quad (11.10)$$

を用いる。

この式を (11.2) 式に代入すると、

$$K\gamma\rho^{\gamma-2} \frac{d\rho}{dz} = -g \text{ (一定)} \quad (11.11)$$

となる。さらに  $0$  から  $z$  まで定積分すると、

$$\frac{K\gamma}{\gamma-1} \rho^{\gamma-1} - \frac{K\gamma}{\gamma-1} \rho_0^{\gamma-1} = -gz \quad (11.12)$$

となる (添え字  $0$  は  $z = 0$  での値)。あるいは、スケールハイト  $H$  として、

$$H = \frac{\gamma}{\gamma-1} \frac{K\rho_0^{\gamma-1}}{g} \quad (11.13)$$

と置けば、密度分布として、最終的に、

$$\rho = \rho_0 \left(1 - \frac{z}{H}\right)^{1/(\gamma-1)} \quad (11.14)$$

が得られる (図 11.4)。

なおスケールハイト  $H$  は、 $P_0 = K\rho_0^\gamma (z = 0)$  から、

$$H = \frac{\gamma}{\gamma - 1} \frac{P_0}{\rho_0 g} \quad (11.15)$$

と、さらに  $P_0 = (\mathcal{R}/\bar{\mu})\rho_0 T_0 (z = 0)$  から、

$$H = \frac{\gamma}{\gamma - 1} \frac{\mathcal{R}T_0}{\bar{\mu}g} \quad (11.16)$$

となる (等温大気のスケールハイトとは異なる)。断熱大気の場合は、 $z = H$  で  $\rho = 0$  になる。

なるということは、温度減率は  $288.15/30 = 9.6 \text{ K km}^{-1}$ 、すなわち  $100 \text{ m}$  につき約  $1 \text{ K}$  下がることになる。しかし実際の大気の温度減率は、 $100 \text{ m}$  につき約  $0.65 \text{ K}$  である。この不一致の原因は、対流に伴う水蒸気の凝結だ。すなわち対流によって上空に運ばれた水蒸気が、上空で凝結して潜熱を解放するために、気温の下がり方が (水蒸気の凝結を考えない場合に比べ) 緩やかになるのだ。前者を乾燥断熱減率、後者を湿潤断熱減率と呼ぶ。

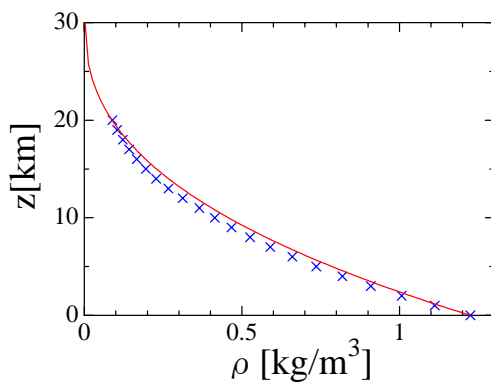


図 11.4 地球対流圏の密度分布。実線が断熱モデルで、 $\times$  は標準大気。  $\rho_0 = 1.225 \text{ kg m}^{-3}$ 、 $H = 30.7 \text{ km}$ 、 $\gamma = 7/5$  とした。

問 11.5 地球大気 ( $g = 980 \text{ cm s}^{-2}$ 、 $\gamma = 7/5$ 、 $\bar{\mu} = 29$ 、 $T = 300\text{K}$ ) の場合、

$$H = 30.7 \text{ km}$$

となることを確かめよ。

問 11.6 断熱大気の圧力分布と温度分布を求めよ。

問 11.7 横軸を密度  $\rho$  の対数、縦軸を高度  $z$  としたグラフを描いてみよ。

標準大気モデル ( $g = 980 \text{ cm s}^{-2}$ 、 $\gamma = 7/5$ 、 $\bar{\mu} = 29$ 、 $T = 288.15\text{K}$ 、 $P_0 = 1.013 \times 10^6 \text{ dyn cm}^{-2}$ 、 $\rho_0 = 1.225 \times 10^{-3} \text{ g cm}^{-3}$ ) の場合、 $H = \text{約 } 30 \text{ km}$  になる。対流圏の温度減少は直線的なので  $[ T = T_0(1 - z/H) ]$  高度が  $30 \text{ km}$  変化して温度が  $288.15 \text{ K}$  から  $0$  に

## コラム：コロニーの大気

中心軸のまわりを角速度  $\Omega$  で回転しているスペースコロニー (space colony) 内部の大気構造を考えてみよう。スペースコロニー内では半径方向外向きに遠心力が働く。遠心力による加速度  $g$  の大きさは一定ではなく、中心からの距離  $r$  に比例する。すなわち、 $g = r\Omega^2$  と表せる。

具体的な対象として、円筒型スペースコロニーを取り上げる。円筒型スペースコロニーの例としては、

オニールのモデル&lt;島3号&gt;

円筒の半径 $R$	3.25km
円筒の長さ $L$	32 km
自転周期 $2\pi/\Omega$	114 s
自転角速度 $\Omega$	
内壁での遠心力加速度 $R\Omega^2$	1 G
総質量 $M$	3000 万トン以上

クラークの異星船&lt;ラーマ&gt;

円筒の半径 $R$	8 km
円筒の長さ $L$	50 km
自転周期 $2\pi/\Omega$	4 分
自転角速度 $\Omega$	0.0262 s <sup>-1</sup>
内壁での遠心力加速度 $R\Omega^2$	0.56 G
総質量 $M$	約 10 兆トン

などがある。

コロニー内の気温  $T$  は場所によらず一定だとしよう。地球大気と同じように解いてみると、密度分布として最終的に、

$$\rho = \rho_R \exp\left(\frac{r^2 - R^2}{H^2}\right)$$

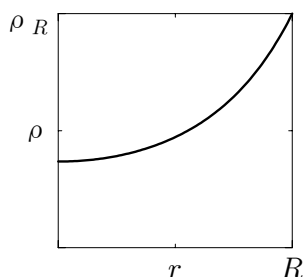
が得られる (図 11.5)。ただしここで、 $\rho_R$  は  $r = R$  (コロニー内壁) での大気密度で、

$$H^2 = \frac{2\mathcal{R}T}{\bar{\mu}\Omega^2}$$

は、スペースコロニー内の等温大気のスケールハイトの 2 乗である。

図 11.5 スペースコロニーの大気の密度分布

密度は、コロニー軸上 ( $r = 0$ ) で、 $\rho = \rho_R \exp(-R^2/H^2)$  に落ちる。たとえば、島 3 号 ( $R = 3.25$  km、 $R\Omega^2 = 1$  G) の場合、( $\bar{\mu} = 29$ 、 $T = 300$  K) とすると、 $H = 7.6$  km となり、また軸上で、 $\rho/\rho_R = 0.83$  である。





## 12 太陽大気の構造

球状の天体の例として、太陽のコロナ( corona ) や星の外層大気( envelope ) のような、質量  $M$  の天体のまわりに広がったガスの構造を考えてみよう( 図 12・1 )。大気の厚さは天体の半径に比べて無視できないので、重力加速度  $g$  は、

$$g = -\frac{GM}{r^2} \quad (12.1)$$

となり、中心からの距離  $r$  によって変化する。ただし、 $G$  ( $= 6.67 \times 10^{-8} \text{ dyn cm}^2 \text{ g}^{-2}$ ) は万有引力定数である。

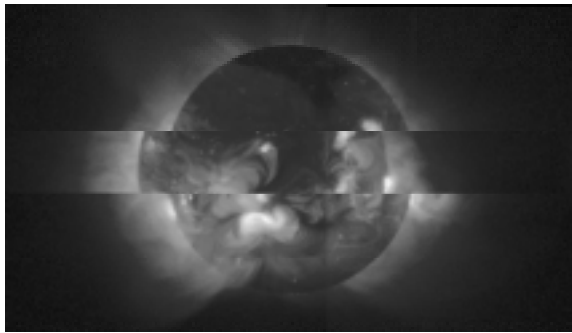


図 12.1 太陽コロナ

### 12.1 太陽大気( X 線観測衛星ようこう)

太陽は全体がガスでできているので、地球のような固体の表面はない。だから、どこをもって太陽の表面とするかは難しい問題だが、太陽の表面を決めないことには、半径なども定まらない。そこで便宜上、500nm の光に対して不透明になる場所を太陽の表面( 太陽本体と太陽大気の境目 ) と約束する。太陽の質量  $M$  と半径  $R$  は、それぞれ、

$$M = M_{\odot} = 1.99 \times 10^{33} \text{ g} \quad (12.2)$$

$$R = R_{\odot} = 6.96 \times 10^{10} \text{ cm} \quad (12.3)$$

である。

問 12.1 太陽表面での重力加速度  $g_{\odot}$  はいくらか？  
太陽半径の 2 倍の半径ではいくらか？

半径約 70 万 km の太陽本体の外側に広がる太陽外層大気は、下から大きく、光球、彩層、コロナとわかれている( 図 12・2 )。

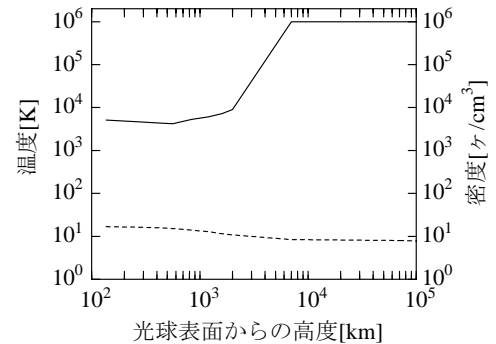


図 12.2 太陽大気の構造

波長が 500nm の光に対して不透明になる半径、すなわち太陽の表面から、上空へ向けて約 500km ほどの厚さの部分は、光球( photosphere ) と呼ばれる。光球は可視光で見える太陽の表層部分だが、太陽本体の半径( 約 70 万 km ) に比べると、0.1 % にもならないほんの薄皮部分である。太陽の表面の温度、すなわち光球の底では大気温度は約 6000K だが、光球部分では温度は減少し、高度 500km 付近では約 4200K にまで下がる。

光球の上の領域が彩層( chromosphere ) である。温度が極小になる高度 500km ぐらいの場所が光球と彩層の境目で、彩層の領域では温度は上昇に転じる。彩層の領域では可視光に対してはほぼ透明だが、水素の出す特徴的な赤い光で見ると強い放射を出しており、それが名前の由来ともなっている。彩層の領域では、高度と共に温度は急激に上昇し、高度 500km の彩層の底で約 4200K だったものが、高度 2000km ぐらいで約 9000K に、さらに高度 8000km ぐらいで 100 万度近くにまでなるのだ。

太陽表面の上空、高度が 8000km ぐらいで、大気温度が 100 万度ぐらいになった場所が、皆既日食の写真などで見られるコロナ( corona ) である。写真でも見られるように、コロナは太陽の半径の数倍まで広がっている。コロナの領域では、100 万度という高温のため水素

ガスは完全に電離しており、高速で飛びまわる電子のために熱伝導がよくなり、コロナ領域の温度は太陽からの距離にあまりよらずにだいたい一定である。すなわちコロナはほぼ等温になっている。太陽の表面は約 6000K という“低温”なのに、そのような“冷たい”太陽の上空に、なぜ高温のコロナが存在するのかは、まだ完全には解明されていない。

コロナの外側では、ガスは次第に希薄になりながら、惑星間空間へとつながっている。

## 12.2 太陽コロナ：等温大気

太陽のコロナはきわめて高温（約  $10^6$  K）で、また温度は半径によらずほぼ等温になっている。このような等温太陽コロナの構造を求めてみよう。求めたいものは、太陽の中心から距離  $r$  におけるガスの密度  $\rho(r)$  だ。

等温大気の構造を表す方程式は、静水圧平衡：

$$\frac{1}{\rho} \frac{dP}{dr} = -\frac{GM}{r^2} \quad (12.4)$$

と、理想気体の状態方程式：

$$P = \frac{\mathcal{R}}{\bar{\mu}} \rho T \quad (12.5)$$

である。

状態方程式を静水圧平衡の式に代入して、温度  $T$  が一定だとすると、

$$\frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dr} = -\frac{\bar{\mu}GM}{\mathcal{R}T} \frac{1}{r^2} = -\frac{H}{r^2} \quad (12.6)$$

と整理できる。ただしここで、

$$H = \frac{\bar{\mu}GM}{\mathcal{R}T} \quad (12.7)$$

は、等温太陽コロナのスケールハイトである。

さらに (12.6) 式を  $r$  で積分すると、

$$\ln \rho = \frac{H}{r} + \text{定数} \quad (12.8)$$

となり、太陽表面 ( $r = R$ ) での密度を  $\rho_R$  として定数を決めると、密度分布として最終的に、

$$\rho = \rho_R e^{H(1/r - 1/R)} \quad (12.9)$$

が得られる (図 12.3)。

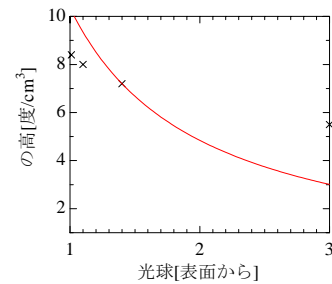


図 12.3 太陽大気の密度分布。実線が等温大気モデルで、 $\times$ が実測値。

問 12.2 太陽コロナ ( $M = M_\odot$ 、 $\bar{\mu} = 0.5$ 、 $T = 10^6$  K) の場合、

$$H = 8.0 \times 10^{11} \text{ cm} = 11R_\odot$$

となることを確かめよ。

問 12.3  $r = 1.09R_\odot$  で  $\rho = \rho_R/e$  となることを確かめよ。

問 12.4 等温コロナの圧力分布を求めてみよ。

コラム：オーロラ

## 13 降着円盤の鉛直構造

星形成領域における原始星近傍、連星系における白色矮星や中性子星やブラックホールのまわり、そして銀河中心核における超巨大ブラックホールの周辺など、宇宙のさまざまな場所における活動的な天体現象では、中心の天体の周辺に渦巻くガスの円盤が存在しており、降着円盤 (accretion disk) と呼ばれている (図13・1)。ここでは、宇宙における活動現象の主体として、最近きわめて重要視されてきた降着円盤の構造、とくに鉛直方向の構造を考えてみよう。

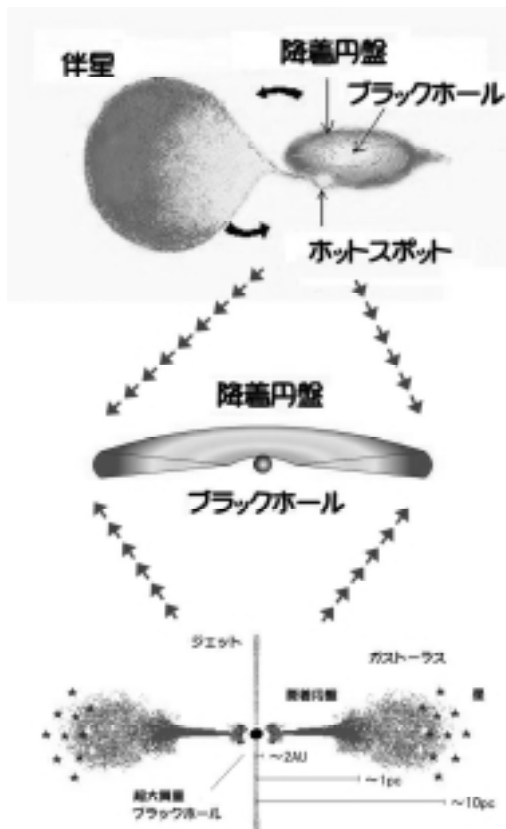


図 13.1 近接連星や活動銀河中心核に存在する降着円盤

### 13.1 降着円盤

降着円盤とは、原始星・白色矮星・中性子星・ブラックホールなど、重力をおよぼす天体を中心として、そのまわりを回転するガスの円盤のことである。星のような丸い形状ではなく平たい円盤状の形状をしており、ガスは円盤内を回転しながら少しずつ中心に落下

する (降着する) ために、“降着円盤” という名前がついた。

標準的な描像では、降着円盤は幾何学的に薄く (ようするに平たい) 軸対称な円盤状で、光に対しては不透明である。直観的には平たい星をイメージすればよい (図13・2)。降着円盤のガスはほぼ水素ガスだが、中心の天体のまわりを、中心の天体の重力と遠心力が釣り合った状態で回転している。回転の仕方は惑星の運動と似ているので、ケプラー回転と呼ばれる。ただし惑星と異なる点は、ガスからできた降着円盤の場合、ガス同士が互いに接しているために、隣接するガス層の間で摩擦が強く働くことだ。その結果、ガスは加熱されて高温になり、ついには電磁波を放射し始める。ガスの回転速度は中心に近いほど大きいため、加熱の割合も中心ほど大きく、ガス円盤の表面温度も中心に近いほど高い。ガスはその温度に応じた電磁波を放射するので、降着円盤の外部領域では赤外線が、中心に近くなると可視光線がさらには紫外線やX線が放射される。このような円盤内における激しいエネルギー放射によって、その他のさまざまな活動も引き起こされるのである。



図 13.2 降着円盤のイメージ。中心天体のまわりを渦巻くガス円盤で、中心に近いほど温度が高い。

表 13.1 “降着円盤” の例

天体	中心天体	ガス供給 (成分)
土星の輪	土星	(氷粒子)
イオ	木星	イオの大気
B型輝線星	B型星	恒星大気 (水素)
原始星円盤	原始星	分子雲 (水素)
激変星	白色矮星	伴星 (水素)
X線星	中性子星	伴星 (水素)
X線星	ブラックホール	伴星 (水素)
活動銀河	ブラックホール	星間ガスなど

### 13.2 等温の場合

降着円盤の鉛直方向の構造を考えるために、降着円盤内部のガスに働く力をまとめておく(図13・3)。ガスには、中心天体からの重力、ガスの回転に伴う外向きの遠心力、そして中心の高圧部分から表面の低圧部分へ向かうガスの圧力勾配力の3つの力が働く。これらのうち、遠心力は水平方向の力なので、円盤ガスの鉛直構造を調べる際には関係ない。中心天体からの重力については、鉛直方向の成分を以下のようにして出すことができる。

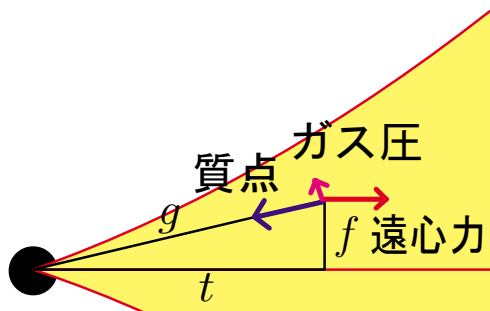


図 13.3 降着円盤内のガスに働く力

中心天体の質量を  $M$ 、中心からの距離を  $r$ 、降着円盤の赤道面から測った高さを  $z$  とする ( $R = \sqrt{r^2 + z^2}$ )。降着円盤内の点に働く単位質量当りの重力(重力加速度)の  $z$  方向の成分は、中心天体の重力加速度に鉛直方向の割合をかけたもので、図からわかるように、

$$g = -\frac{GM}{r^2 + z^2} \times \frac{z}{\sqrt{r^2 + z^2}} \quad (13.1)$$

のようになる。降着円盤が非常に薄いと仮定すると、 $z \ll r$  なので、

$$g = -\frac{GMz}{r^3} \quad (13.2)$$

と近似してよい。

重力加速度の鉛直成分がわかったところで、まず最初に、降着円盤のガスの温度が  $z$  に依存しない、すなわち鉛直方向に等温の場合を考えよう。求めたいものは、赤道面からの高さ  $z$  におけるガスの密度  $\rho(z)$  だ。

上で求めた重力加速度の鉛直成分を使うと、静水圧平衡の式は、

$$\frac{1}{\rho} \frac{dP}{dz} = -\frac{GMz}{r^3} = -\Omega_K^2 z \quad (13.3)$$

となる。ここで、高さ方向を考えるとときには、中心からの距離  $r$  は変わらないので、 $z$  に依存しない部分を、簡単のために、

$$\Omega_K^2 = \frac{GM}{r^3} \quad (13.4)$$

と置いた。

理想気体の状態方程式を静水圧平衡の式に代入して、温度  $T$  が一定だとすると、

$$\frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dz} = -\frac{\bar{\mu}\Omega_K^2}{\mathcal{R}T} z \quad (13.5)$$

と整理できる。さらにこれを  $z$  で積分すると、

$$\ln \rho = -\frac{z^2}{H^2} + \text{定数} \quad (13.6)$$

となり、 $z = 0$  (赤道面)での密度を  $\rho_0$  とし定数を決めると、密度分布として最終的に、

$$\rho = \rho_0 e^{-z^2/H^2} \quad (13.7)$$

が得られる(図13・4)。ただしここで、

$$H^2 = \frac{2\mathcal{R}T}{\bar{\mu}\Omega^2} = \frac{2\mathcal{R}T}{\bar{\mu}GM} r^3 \quad (13.8)$$

は、降着円盤の鉛直方向の等温スケールハイトの2乗である。等温大気の場合、 $z = H$  で  $\rho = \rho_0/e = \rho_0/2.72$  になる。

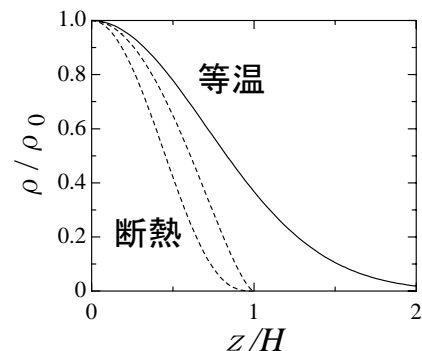


図 13.4 降着円盤の鉛直構造。実線は等温モデルの密度分布で、破線は断熱モデルの密度分布。断熱モデルは、比熱比が  $4/3$  (左)と  $5/3$  (右)の場合。

問 13.1 等温大気の圧力分布を求めてみよ。

### 13.3 断熱の場合

コラム：研究

降着円盤の内部で（地球の対流圏のように）鉛直方向に対流が起こり、大気が断熱的になっている場合、その構造を表す式は、静水圧平衡の式（13.3）と断熱気体の状態方程式：

$$P = K\rho^\gamma; \quad K \text{ と } \gamma \text{ は定数} \quad (13.9)$$

である。この式を（13.3）式に代入すると、

$$K\gamma\rho^{\gamma-2}\frac{d\rho}{dz} = -\Omega^2 z \quad (13.10)$$

となる。境界条件（ $z = 0$  で  $\rho = \rho_0$ ）に注意しながら積分し整理すると、降着円盤の対流層の密度分布として、最終的に、

$$\rho = \rho_0 \left(1 - \frac{z^2}{H^2}\right)^{1/(\gamma-1)} \quad (13.11)$$

が得られる（図13・4）。ただしここで、

$$H^2 = \frac{\gamma}{\gamma-1} \frac{2\mathcal{R}T_0}{\bar{\mu}\Omega^2} \quad (13.12)$$

は、鉛直方向の断熱スケールハイトの2乗である（等温スケールハイトとは異なる）。

問 13.2 断熱大気の圧力分布と温度分布を求めてみよ。